

# Sistemas Binários (cap. 9)

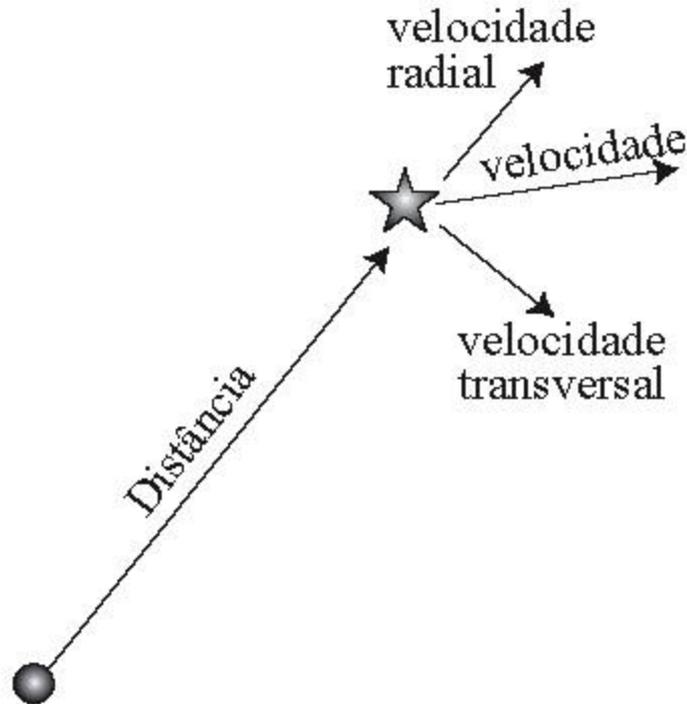
AGA215

Elisabete M. de Gouveia Dal Pino

- **Astronomy: A Beginner's Guide to the Universe, E. Chaisson & S. McMillan (Caps. 12)**
- **Introductory Astronomy & Astrophysics, M. Zeilek, S. A. Gregory & E. v. P. Smith (Cap. 10)**
- **Apostila, J. Gregorio-Hetem, V. Jatenco-Pereira, C. Mendes de Oliveira ([www.iag.usp.br/~dalpino/aga215](http://www.iag.usp.br/~dalpino/aga215))**
- **Agradecimentos Vera-Jatenco**

# Movimento das estrelas

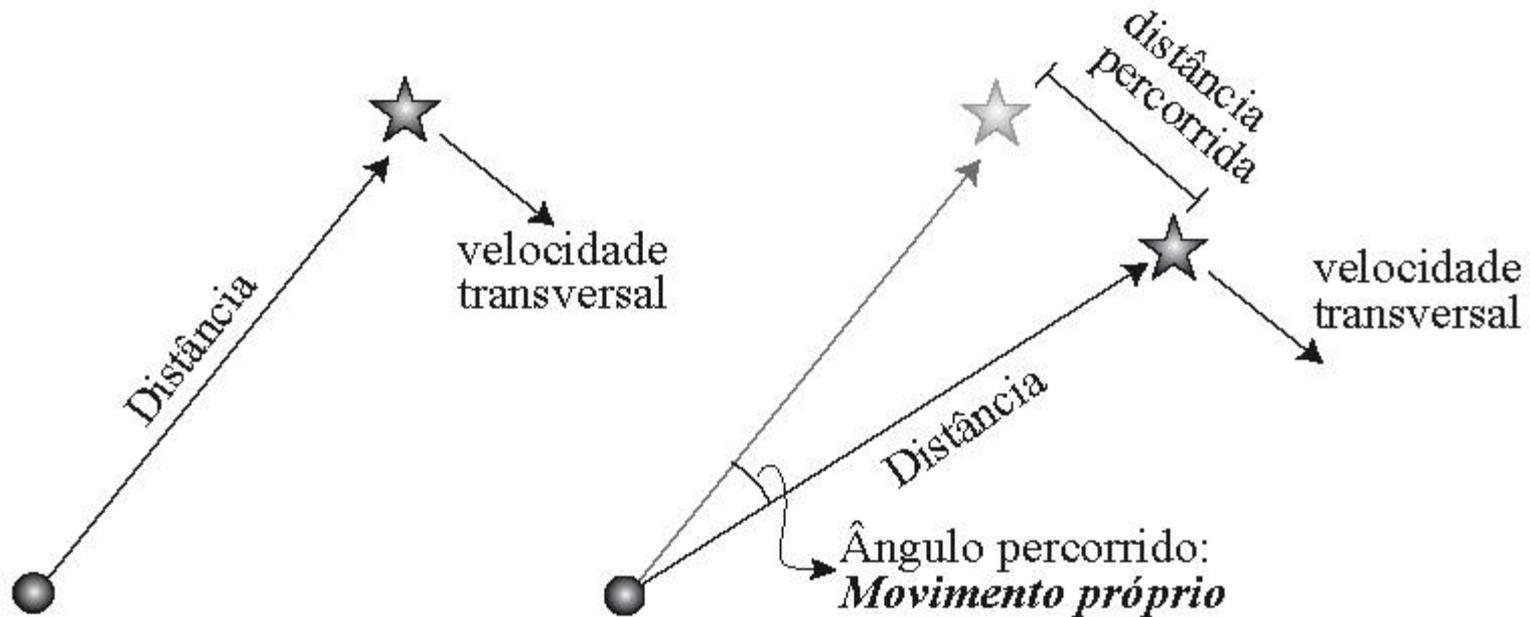
- As estrelas se movem na Galáxia.



- A velocidade se decompõe em 2 componentes:
  - **velocidade radial** (medida pela espectroscopia – ef. Doppler)
  - **velocidade tangencial** (medida pelo movimento em relação às estrelas distantes)

# Movimento das estrelas

- Movimento em relação às estrelas fixas:
  - Movimento próprio.



- Quanto maior a velocidade transversal, maior o movimento próprio.
- Mas quanto maior a distância, menor o movimento próprio.

**Um pouco de geometria:**



**Velocidade radial:**  $v_r = c \Delta\lambda/\lambda_o$  (efeito Doppler)

**Velocidade transversal:**  $v_t = d \tan \mu(\text{rad/ano})$

Onde

$\mu$ : movimento (angular) proprio (**angulo/tempo**)

Como  $\mu \ll 1$ :

$$v_t = d \mu(\text{rad/ano})$$

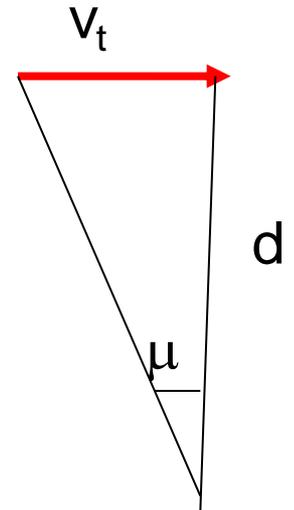
Mas

$$d(\text{pc}) = 1/p(") :$$

$$v_t (\text{pc/ano}) = \mu(\text{rad/ano})/p(")$$

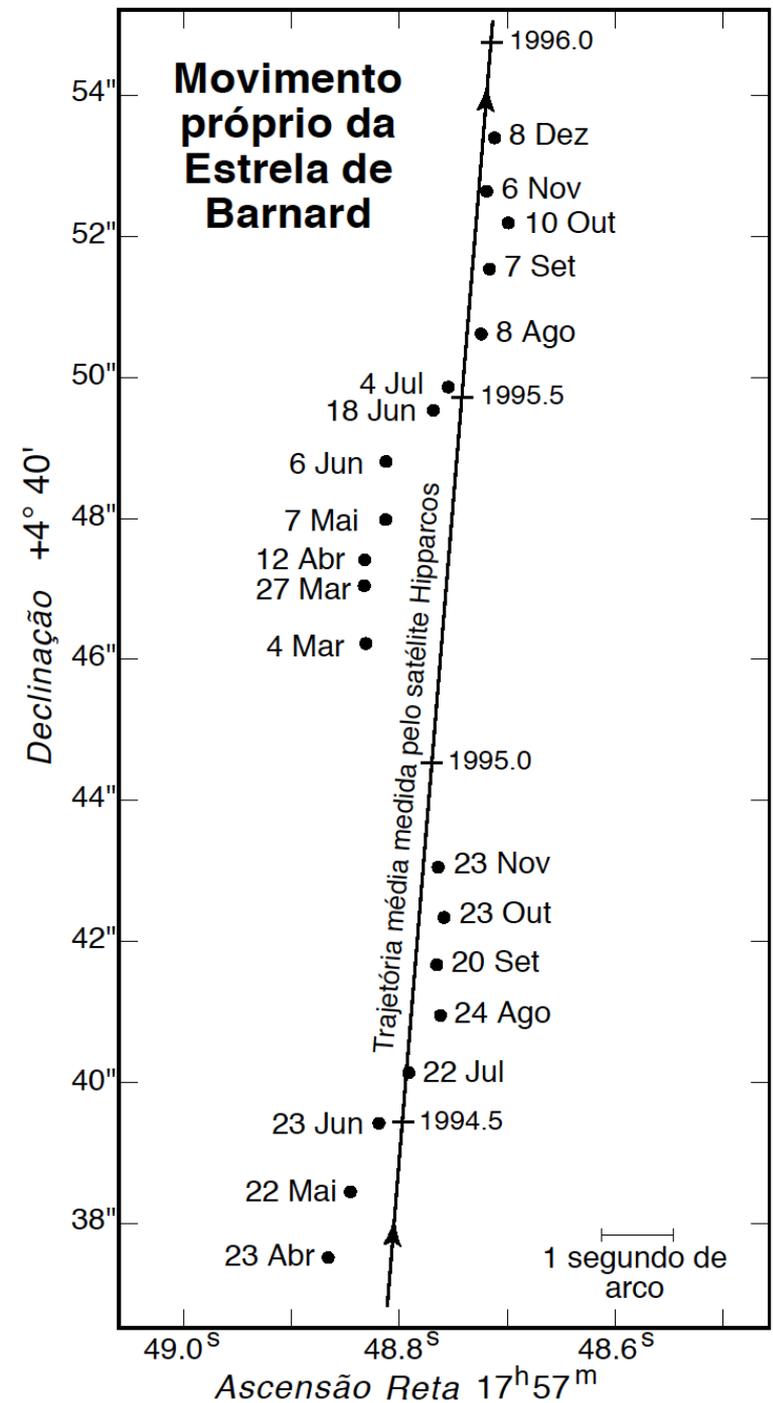
Convertendo radianos em [“], pc em km, e ano em segundos:

$$v_t = 4.74 \mu("/\text{ano})/p(") \quad \text{km/s}$$



# Movimento das estrelas

- Mesmo para estrelas próximas: o movimento próprio é pequeno.
  - Maior movimento próprio é da Estrela de Barnard:  $10,3''/\text{ano}$ ;
  - Apenas 35 estrelas c/ movimento próprio acima de  $3''/\text{ano}$ .



As estrelas giram em torno do centro Galáctico.

Na posição do Sol esta velocidade é de  $\sim 200$  km/s.

As estrelas têm uma velocidade aleatória superposta à rotação.

Para estrelas próximas do Sol esta velocidade é  $\sim 10 - 40$  km/s.



# SISTEMAS BINÁRIOS

- Classificação das Binárias:

aparente

visual

espectroscópica

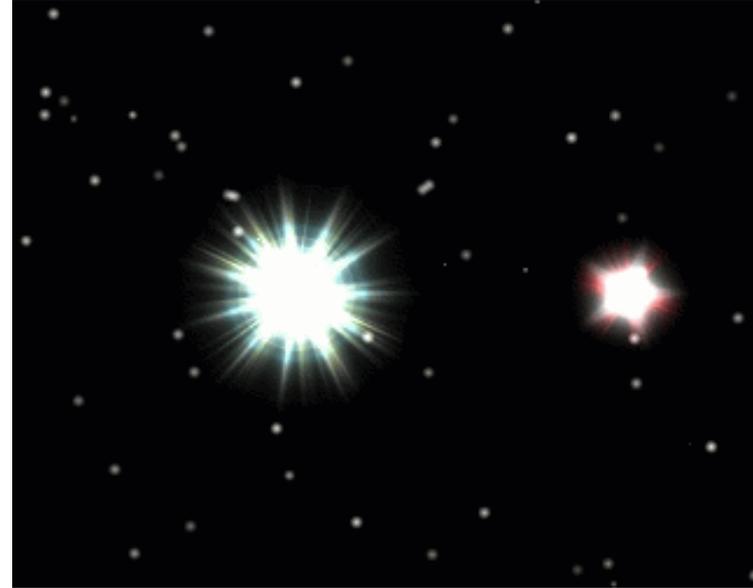
eclipsante

de contato

# Estrelas Binárias

Maioria das estrelas encontra-se em sistemas **duplos ou múltiplos**

⇒ fisicamente associadas ⇒ sob ação gravitacional mútua.



Sistemas binários ⇒ massa, raio, período.

Métodos observacionais ⇒ dependem da categoria dos sistemas estelares.



## Exemplo de sistemas próximos (até 3,8 pc):

Alfa Centauro: 3 estrelas

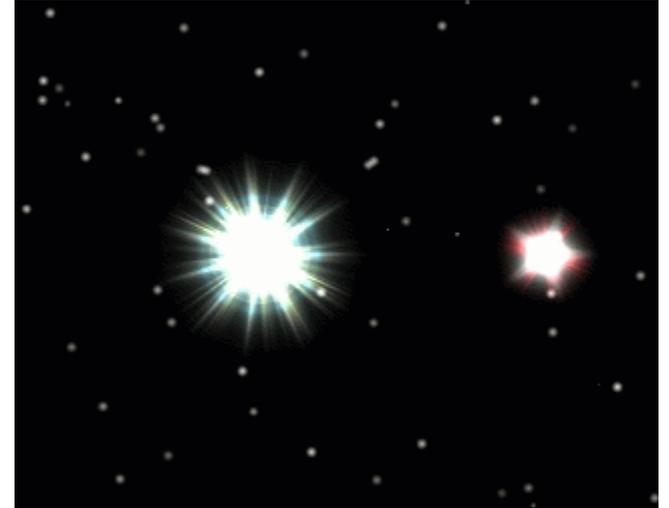
Sirius: 2 estrelas

EZ Aquário: 3 estrelas

Procyon: 2 estrelas

61 Cygni: 2 estrelas

Epsilon Indi: 3 estrelas



## Dentro de 10 pc (em 09/2006):

175 estrelas solitárias

55 binárias

14 sistemas triplos

4 quádrupos

1 quántuplo

173 estrelas em sistemas múltiplos

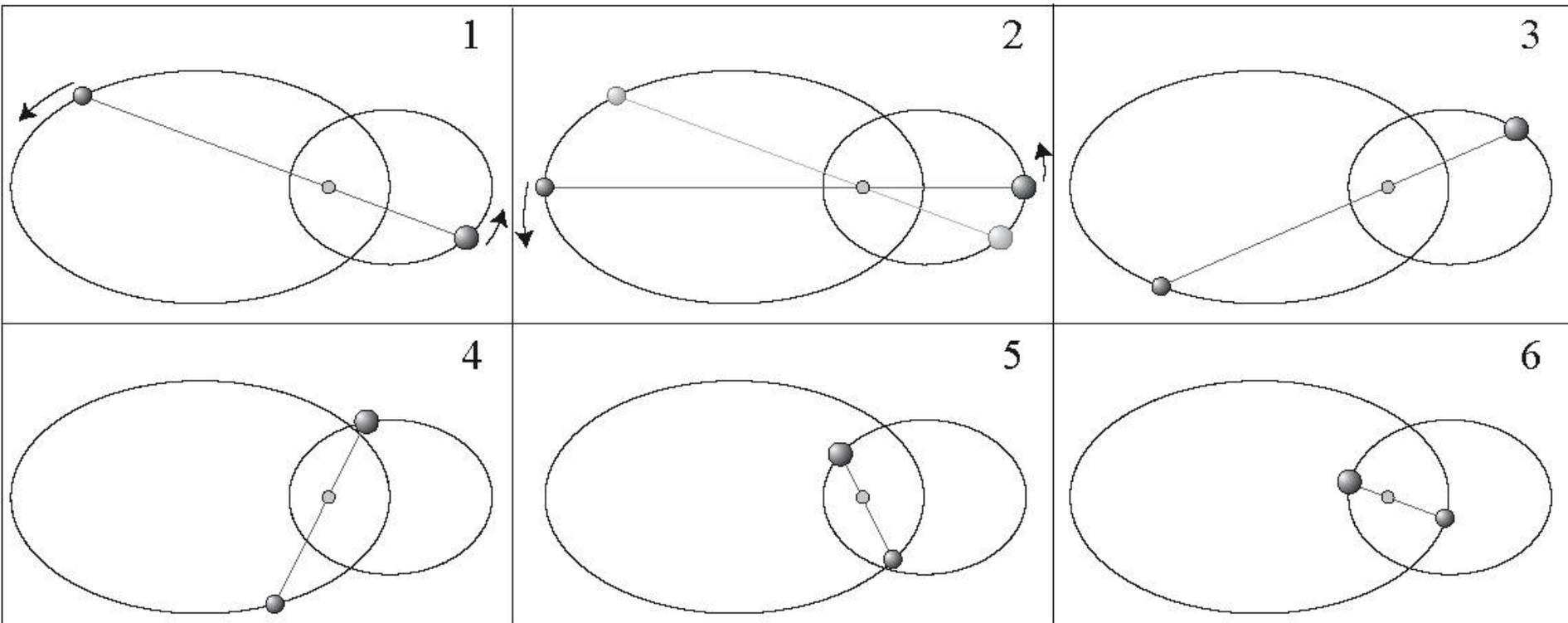
# Sistemas binários

- Algumas estrelas binárias ou “estrelas duplas” são conhecidas desde a época de Ptolomeu.
- William Herschel mostra em 1803 que algumas “estrelas duplas” são sistemas onde uma estrela orbita ao redor da outra.
- Conhecendo a órbita das estrelas de um sistema duplo podemos determinar a **massa** das estrelas (leis de Kepler).

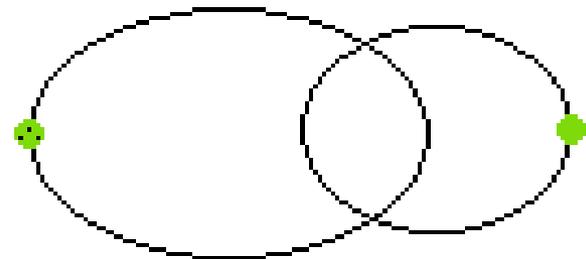


**massa** é um parâmetro fundamental e **não** é observável diretamente

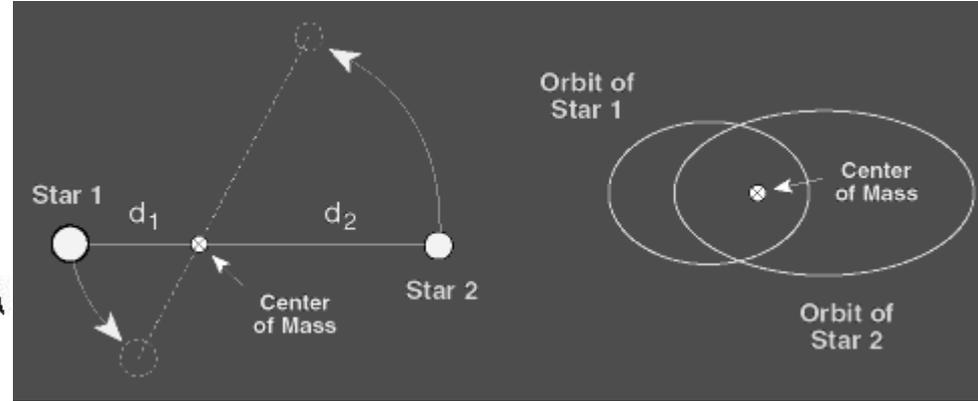
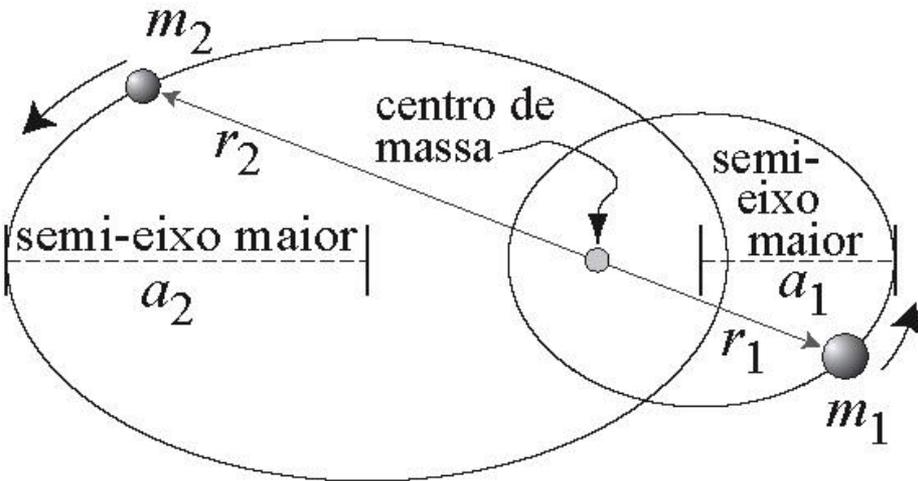
# Órbita em sistemas binários



- As estrelas orbitam em torno do centro de massa (em repouso)
- Assim como no Sistema Solar, valem as Leis de Kepler



# Órbita em sistemas binários



- A massa total é determinada pela 3a Lei de Kepler:

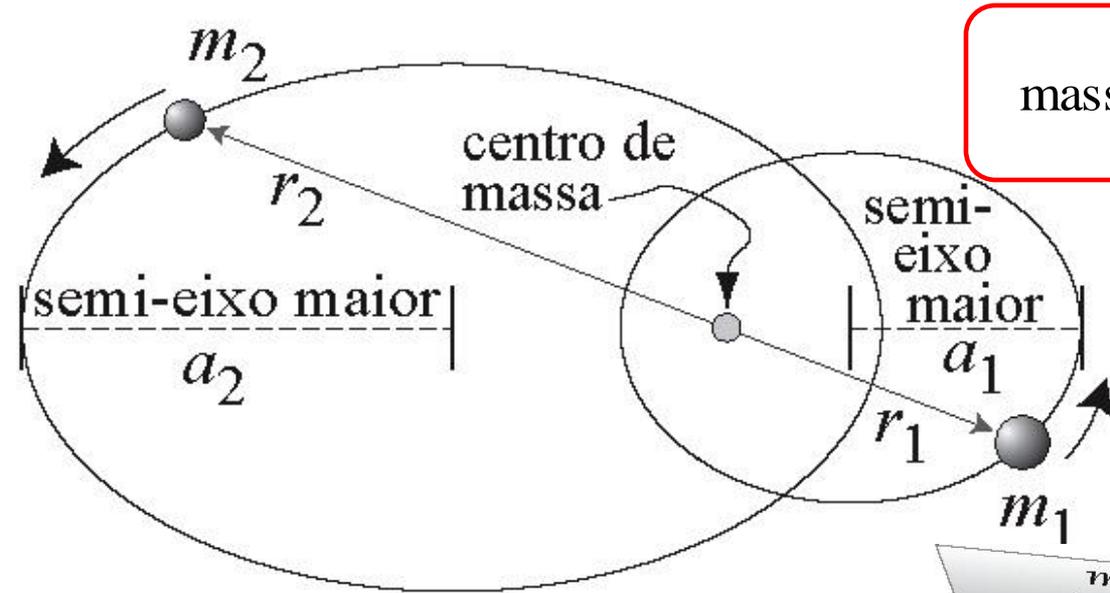
$$P^2 = \left[ \frac{4\pi^2}{G(m_1 + m_2)} \right] a^3$$

$$\text{massa total} = m_1 + m_2 = \frac{4\pi^2 (a_1 + a_2)^3}{G \text{ período}^2}$$

- A razão das massas é dada pela razão dos semi-eixos maiores:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{a_2}{a_1}$$

# Órbita em sistemas binários

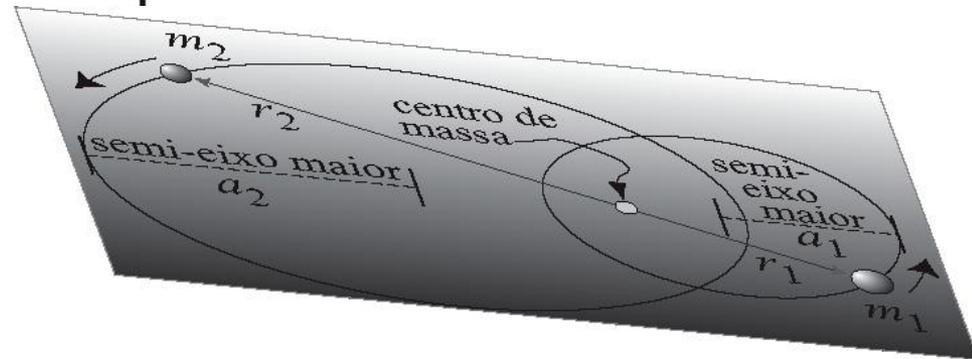


$$\text{massa total} = m_1 + m_2 = \frac{4\pi^2 (a_1 + a_2)^3}{G \text{ período}^2}$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{a_2}{a_1}$$

- Complicadores:

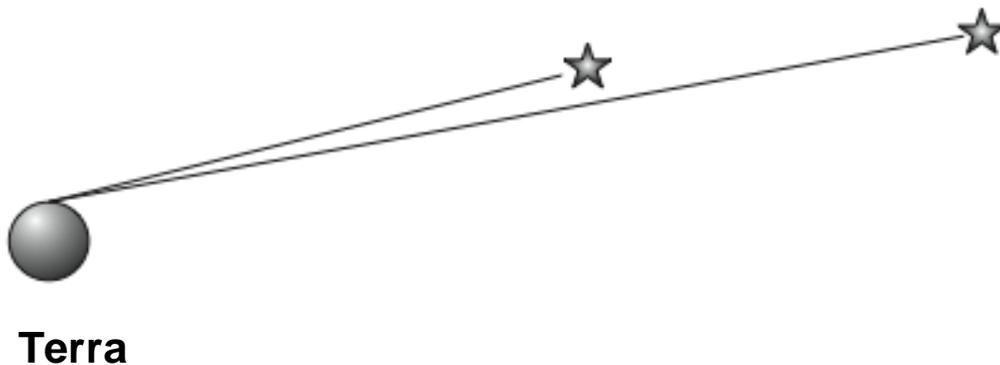
- movimento próprio do centro de massa;
- em geral, o plano da órbita está inclinado em relação ao observador  
→ efeito de projeção;
- é claro, este método só funciona se podemos resolver as estrelas!



# Classificação das Binárias

Tipos identificados de acordo com características físicas e observacionais:

- 1. Aparente:** sistema *parece* duplo devido a efeito de projeção. Estrelas estão a diferentes distâncias do Sol  $\Rightarrow$  não formam um sistema ligado.



como visto  
no céu



## 2. Binárias Visuais

- Sistema ligado que pode ser *resolvido* (distinguido) por um telescópio.
- Limitação observacional: atmosfera da Terra - raramente a imagem de uma estrela é vista com diâmetro menor que 1".
- Binárias visuais podem ser *resolvidas* com telescópio se tiverem uma **separação > 1"**



**períodos orbitais longos** (alguns anos até milhares de anos).

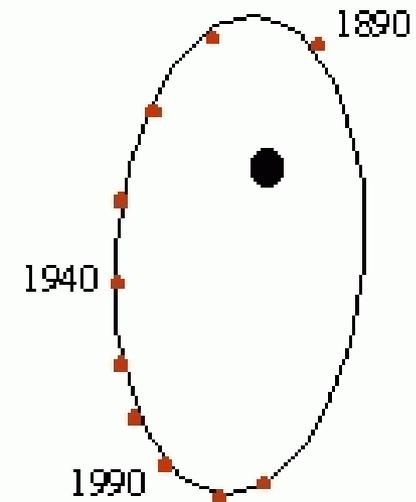
# Binária Visual

Sistema onde as componentes podem ser identificadas individualmente;

- estão suficientemente separadas para serem resolvidas.

Estudo do seu movimento é necessário

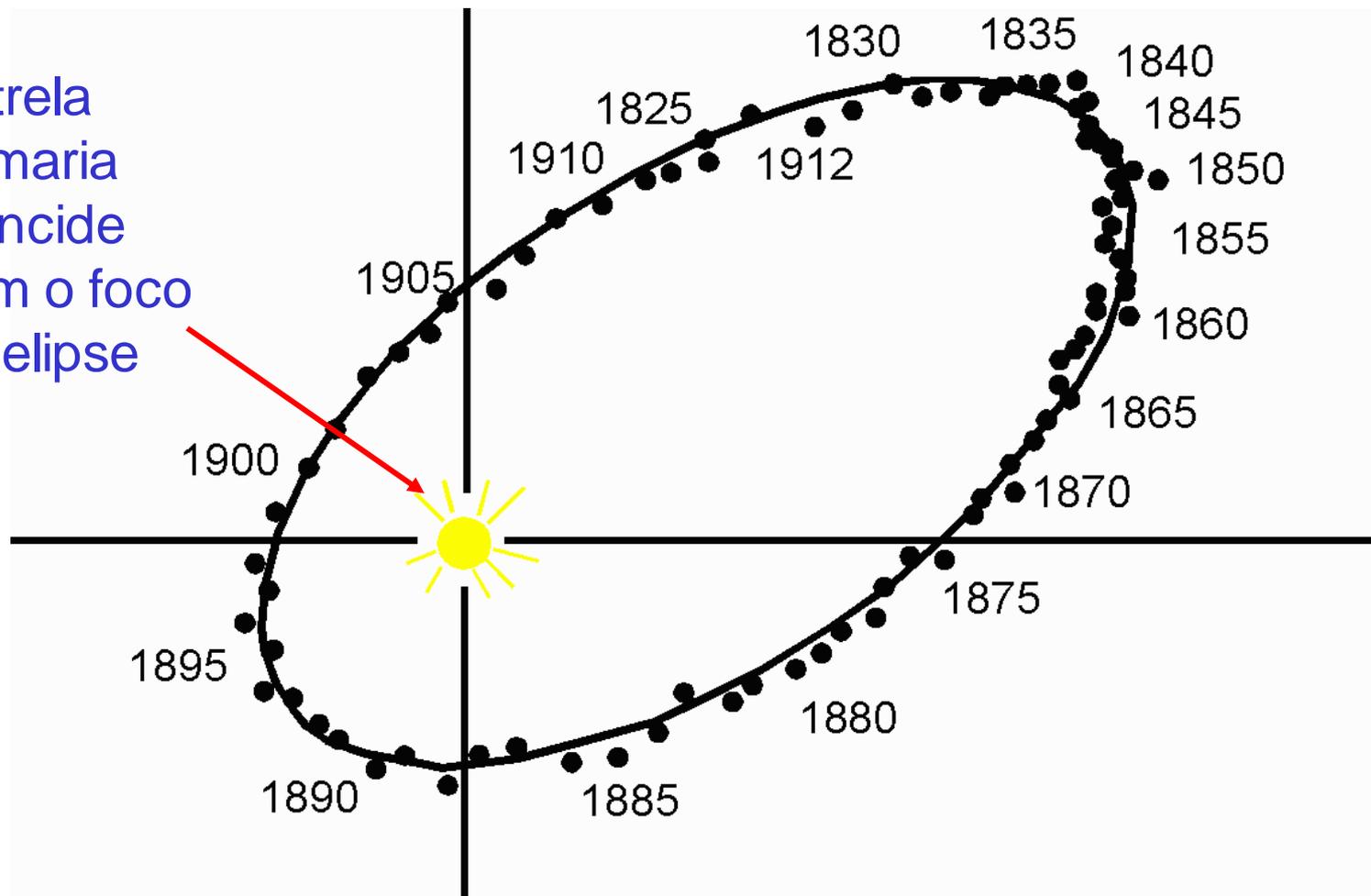
→ para verificar se as estrelas se movem de forma independente ou não.



**Períodos e separações de uma binária podem ser observados diretamente se cada estrela é vista claramente.**

Sistema binário 70 Ophiuchi. À medida que o tempo passa, a posição relativa entre as estrelas é marcada como um ponto, traçando uma órbita aparente, com período de 88 anos.

Estrela  
primaria  
coincide  
com o foco  
da elipse



# A determinação das massas das estrelas é feita em etapas:

- Observa-se o período orbital ( $P$ ) e a separação angular ( $\theta$ ) (semi-eixo maior da órbita), que pode ser transformada em separação linear em parsecs ( $a$ ), dada a distância do sistema (paralaxe):

$$a \text{ (pc)} = \theta(\text{rad}) d = \theta(\text{rad})/p(\text{"}) \text{ pc}$$

Mas 1 pc = 206.265 UA e

$$1 \text{ rad} = 206.265'' \rightarrow \theta(\text{rad}) = \theta(\text{"})/206.265$$

Logo:

$$a(\text{UA}) = \theta(\text{"}) / p(\text{"}) \text{ UA}$$

- Período ( $P$ ) e tamanho da órbita ( $a$ ) são aplicados na 3ª lei de Kepler (formulação Newtoniana):

$$P^2 = \left[ \frac{4\pi^2}{G(m_1 + m_2)} \right] a^3$$

Lembrando que se:

$P$  [anos]

$a$  [UA]

$m$  [ $M_{\odot}$ ]

Entao nesse caso, a 3ª lei de Kepler é dada por:

$$m_1 + m_2 = \frac{a^3}{P^2}$$

Pois  $4\pi^2/GM_{\text{sol}} = K = 1$ : quando  $P$ ,  $a$  e  $m$  são dados nas unidades acima

# Exemplo de aplicação

- Binária visual observada com separação máxima de 3" e paralaxe de 0,1".
- Órbita completada em 30 anos; posição da estrela primária coincide com o foco da órbita.
- Secundária é sempre vista a uma distância de  $r_2 = 5 r_1$  do centro de massa.

Lembrando os dados:  $\theta=3''$ ;  $p=0,1''$ ;  $P=30$  anos;  $r_2 = 5 r_1$

$$a = r_1 + r_2$$

$$a(\text{UA}) = \theta(\prime\prime) / p(\prime\prime) \quad \text{UA}$$

$$m_1 + m_2 = \frac{a^3}{P^2}$$

$$m_1 + m_2 = \left( \frac{3}{0,1} \right)^3 \frac{1}{30^2}$$

$$\rightarrow m_1 + m_2 = 30 M_{\odot} \quad (1)$$

• Lembrando que:  $m_1 r_1 = m_2 r_2$ , e  $r_2 = 5 r_1$

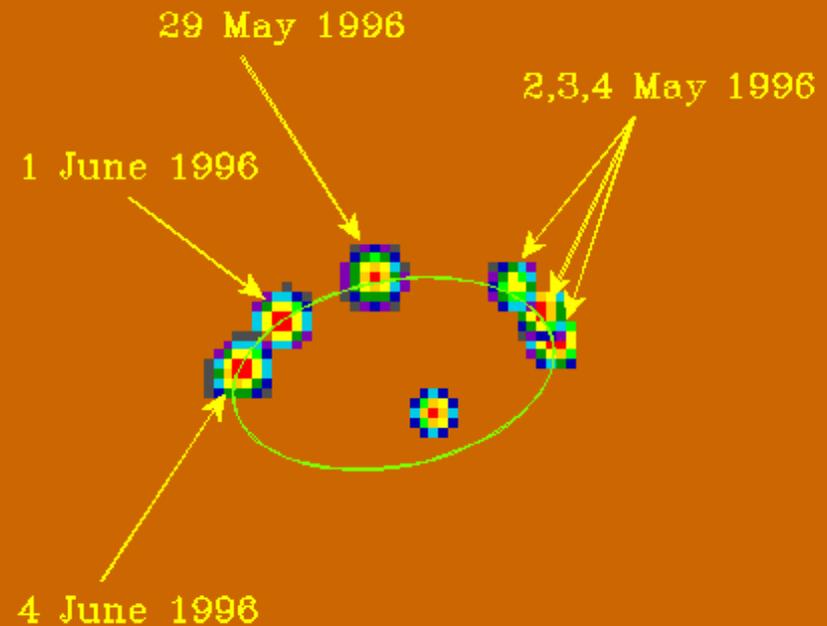
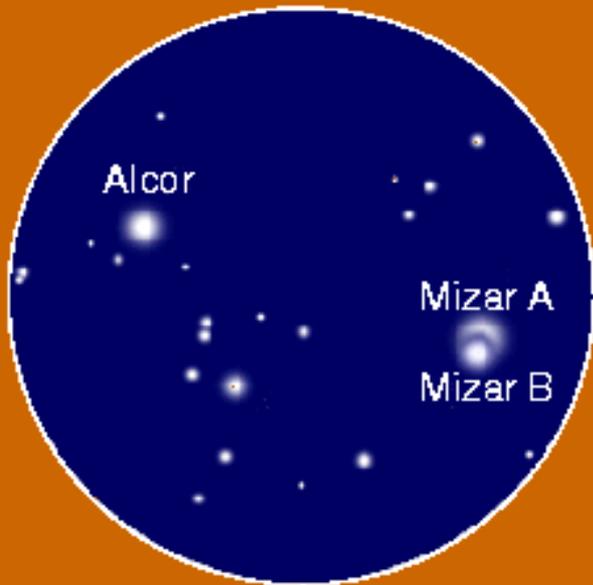
$$\text{temos: } m_1 = 5 m_2 \quad (2)$$

• Substituindo (2) em (1) teremos:  $6 m_2 = 30 M_{\odot}$

$$\text{então } m_2 = 5 M_{\odot} \text{ e } m_1 = 25 M_{\odot}$$

A olho nu Mizar parece uma estrela só que está a 11 minutos de arco de Alcor.

Do telescópio, Mizar é uma binária visual. Mizar A e B estão separadas de 15". Período orbital é de meio ano.



Mizar A é uma binária com separação de 10 mili-segundos de arco e período orbital de 20.5 dias.

### 3. Binárias Astrométricas

- Apenas uma estrela é detectada no telescópio, mas nota-se seu movimento oscilatório

⇒ presença de uma companheira não observável.

Ex: par formado por Sirius A e B.

# Exemplo de binária astrométrica: Sirius

- A presença de uma companheira de Sirius foi descoberta pelo movimento oscilatório de Sirius.
  - Antigamente: Sirius era classificada como binária astrométrica.
  - Sirius B foi observada (posteriormente)
    - Passa a ser uma binária visual.

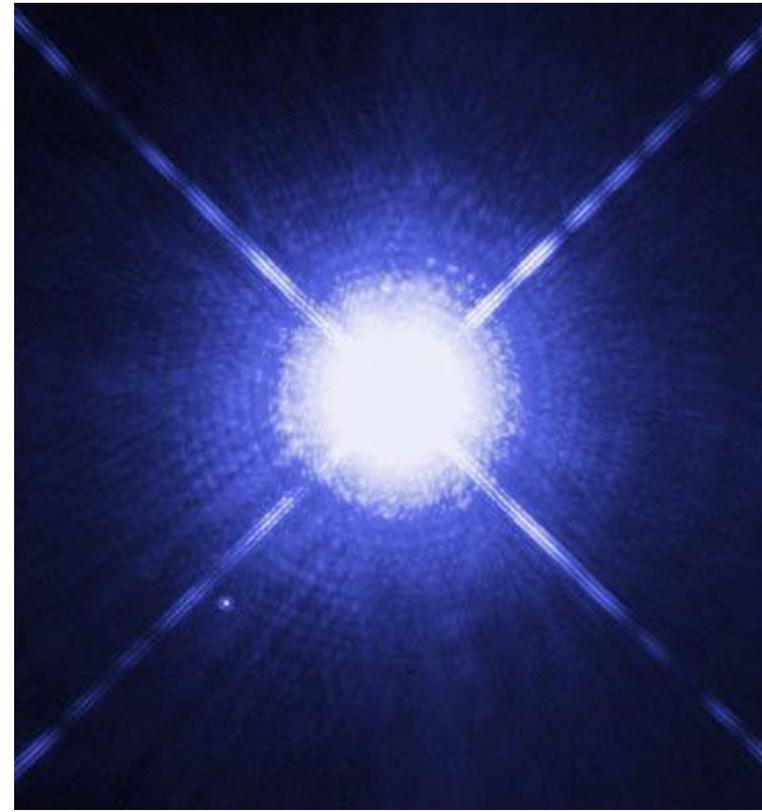
• Pela paralaxe, a distância de Sirius é 2,63 pc.

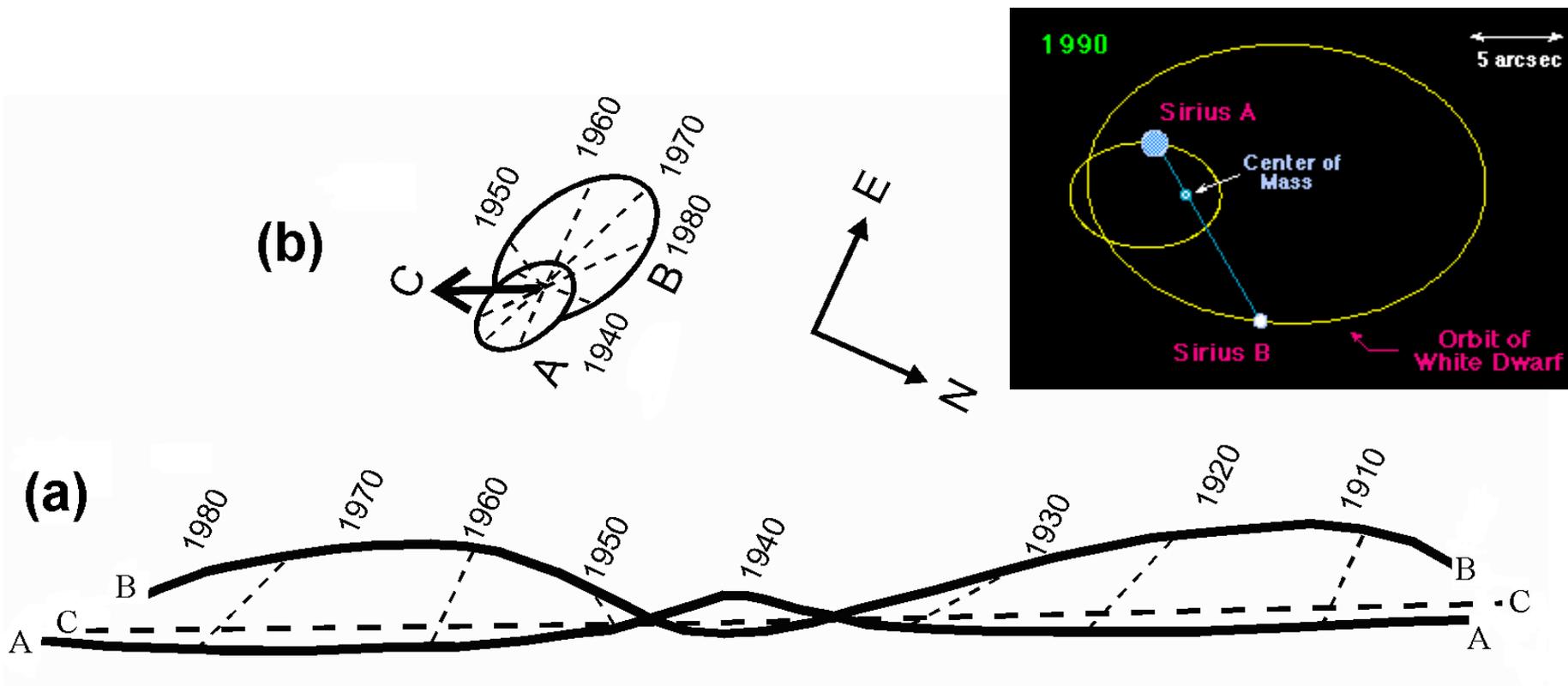
• Medida da trajetória de Sirius nos diz:

Período = 49,9 anos

semi-eixo maior de Sirius A = 2,309"

semi-eixo maior de Sirius B = 5,311"





- (a) Movimentos aparentes de Sirius A e B, e do centro de massa C, com relação às estrelas de fundo.
- (b) Movimentos orbitais de Sirius A e B com relação ao centro de massa.

# Exemplo de binária: Sirius

- Medida da trajetória de Sirius nos diz:
  - Período = 49,9 anos
  - semi-eixo maior de Sirius A = 2,309"
  - semi-eixo maior de Sirius B = 5,311"
- $\text{Massa}_A / \text{Massa}_B = a_B / a_A$

$$\text{Massa}_A / \text{Massa}_B = 2,3 \quad \text{ou} \quad M_{\text{SiriusA}} = 2,3 M_{\text{SiriusB}}$$

Pela lei de Kepler:

$$\text{massa total} = m_1 + m_2 = \frac{4\pi^2 (a_1 + a_2)^3}{G \text{ período}^2}$$

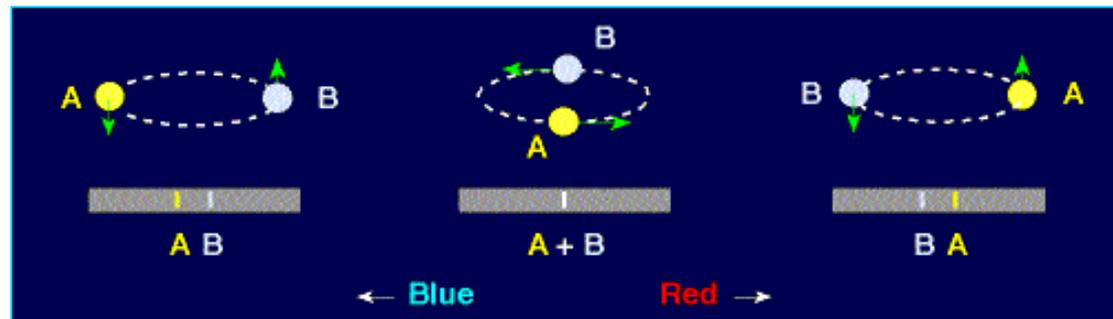
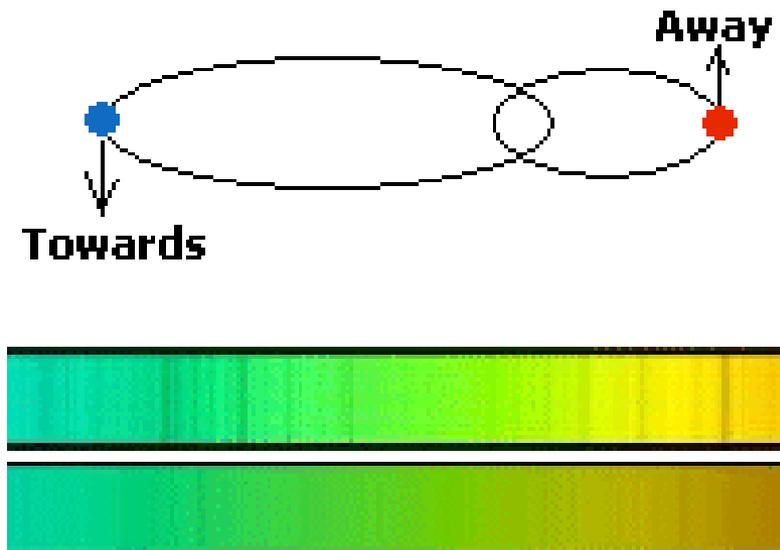
$$a_A + a_B = 7,62'' \quad \text{ou} \quad 20,04 \text{ UA} \quad [\text{pois } \mathbf{a(\text{UA}) = a('') / p('') \text{ UA}}]$$

$$\text{Portanto, } M_{\text{SiriusA}} + M_{\text{SiriusB}} = 3,23 M_{\text{Sol}}$$

$$\text{Logo, } M_{\text{SiriusA}} = 2,25 M_{\text{Sol}} \quad \text{e} \quad M_{\text{SiriusB}} = 0,98 M_{\text{Sol}} .$$

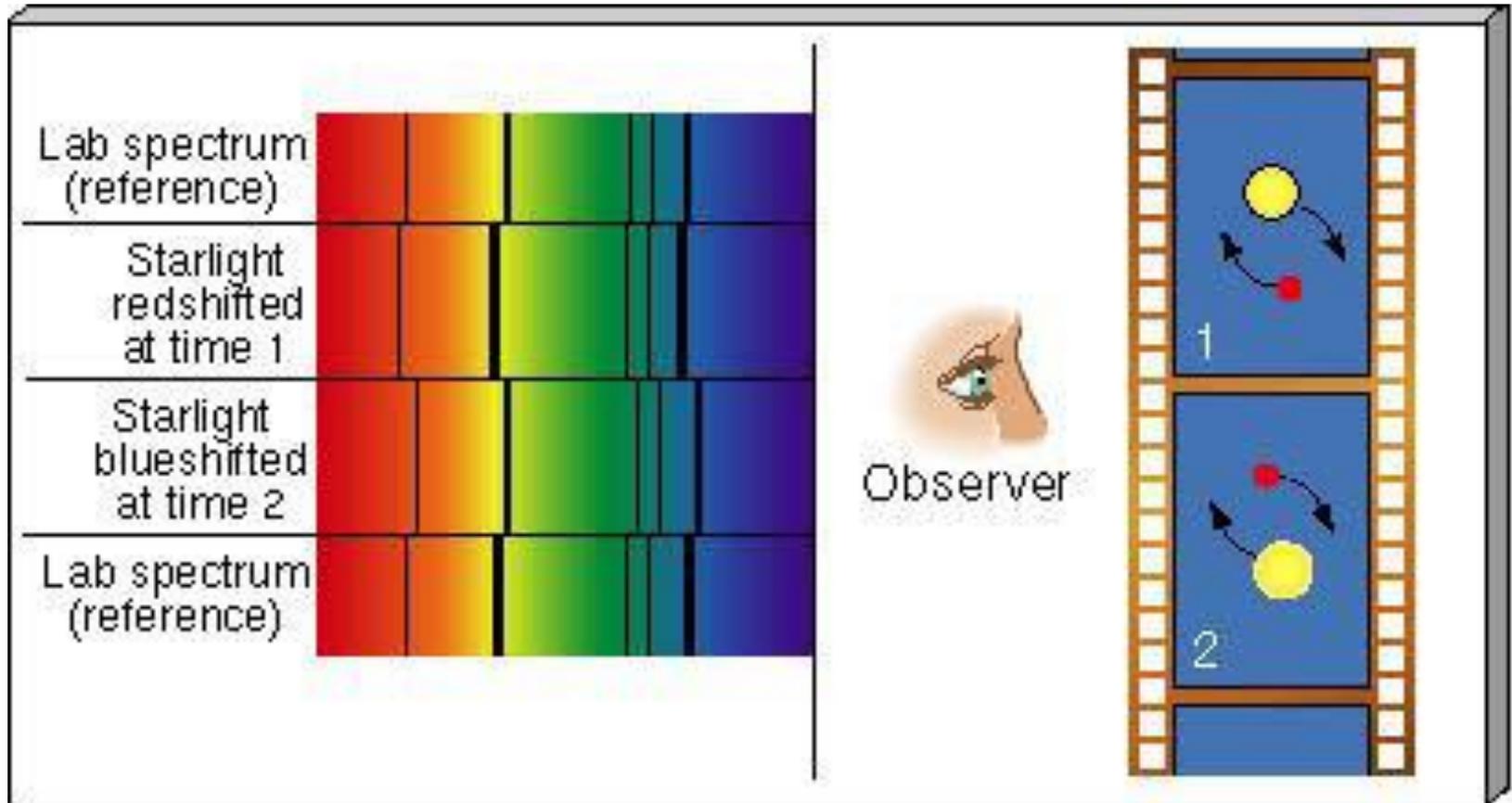
## 4. Binárias Espectroscópicas

- estrelas encontram-se muito próximas entre si ( $< 1 \text{UA}$ );
- períodos orbitais pequenos (horas a meses);
- sistema **não resolvido**
- Se a inclinação da órbita ( $i$ ) relativa ao plano do céu **nao é  $0^\circ$** :  
duplicidade revelada por **oscilação nas linhas espectrais**:



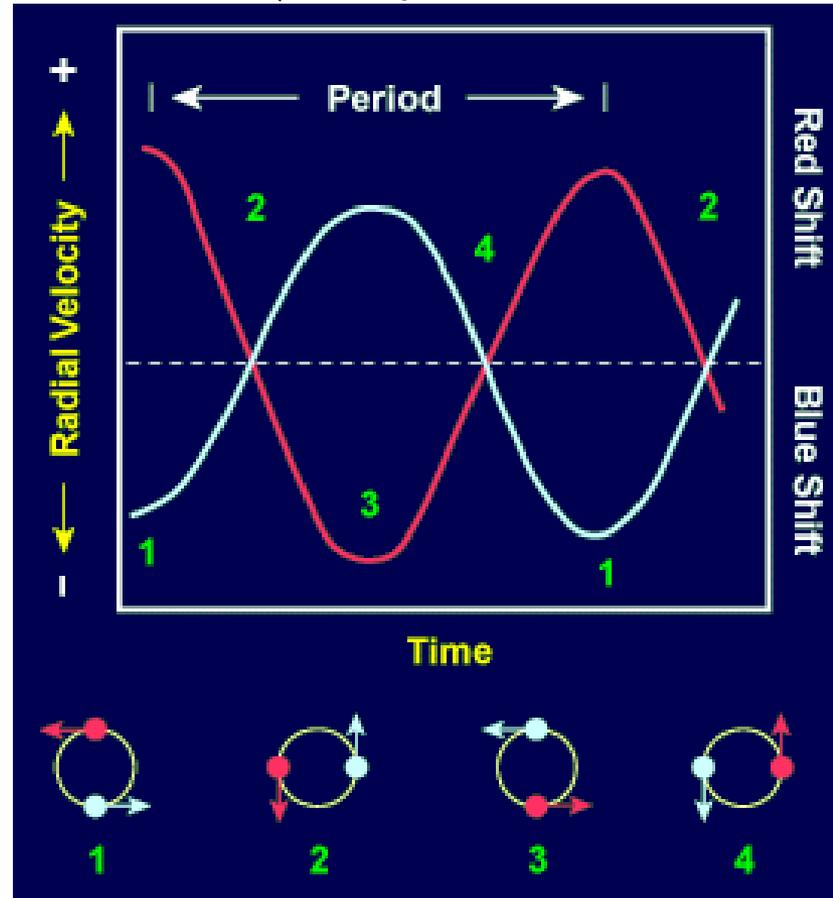
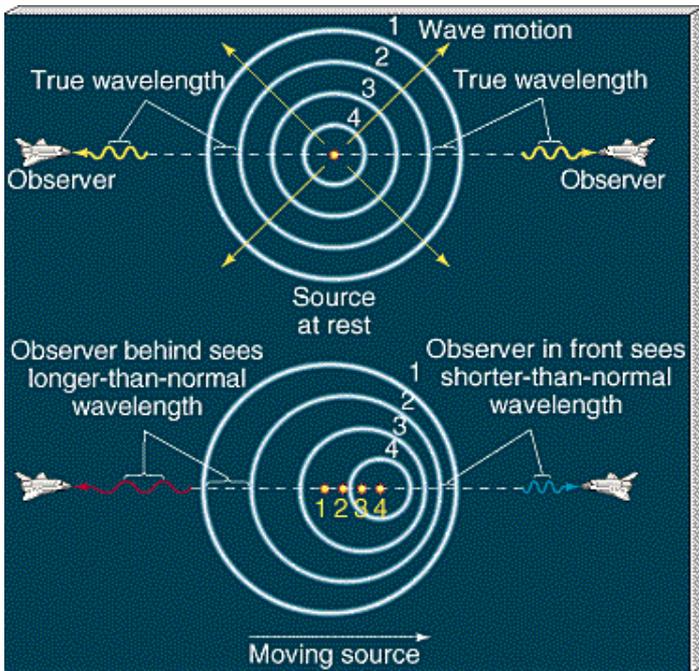
Deslocamento Doppler observado nas linhas espectrais indica movimento radial.

# Binarias Espectroscopicas



# Efeito Doppler

$$\lambda - \lambda_0 = \lambda_0 \left( \frac{v}{c} \right) \quad \longrightarrow \quad \frac{\Delta \lambda}{\lambda_0} = \frac{v}{c}$$

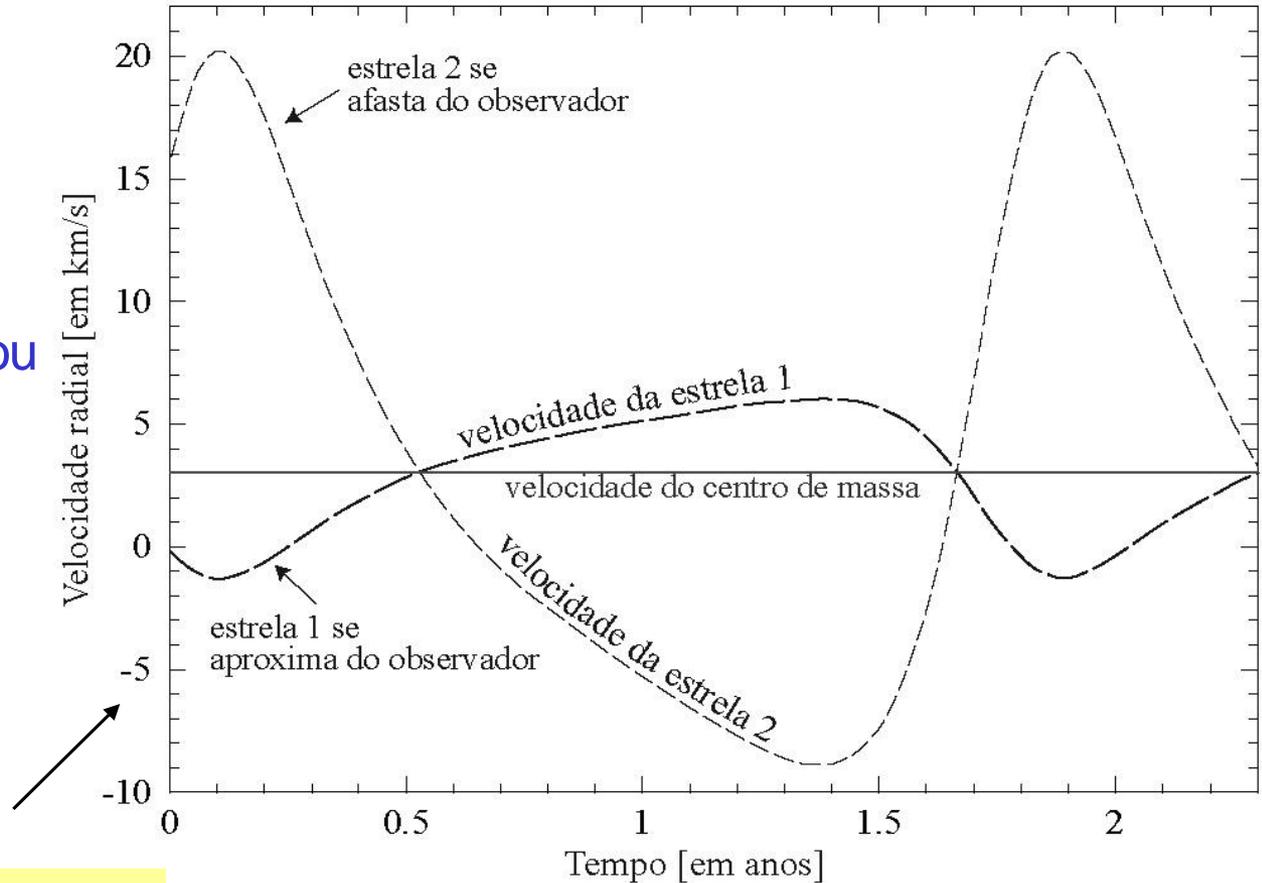


**v x t:**  
Medimos  
P

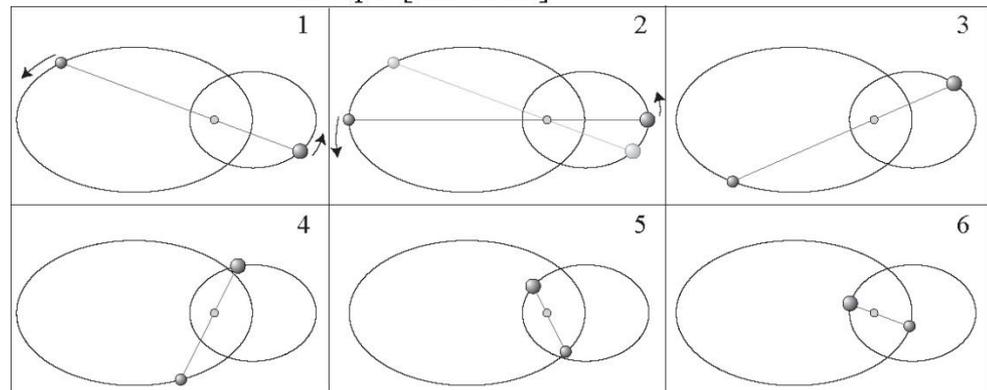
→ Obs.

# Velocidade em sistemas binários

- Da curva  $V \times t$ :
- Medimos  $P$
- A velocidade de uma ou das duas estrelas nos permite deduzir a massa das estrelas



Curvas de velocidades para orbitas elipticas (se fossem circulares teriamos senoidais)



Sejam 2 estrelas com **orbitas circulares** em torno do CM e com inclinacao de suas orbitas  **$i=90^\circ$**  em relacao ao plano do céu (o sistema é visto de lado):

- **P, V e v** sao medidas (pelo efeito Doppler)
  - Estrela 1 (primaria): **V, M, R**
  - Estrela 2 (secundaria): **v, m, r**
- Como determinar M e m?

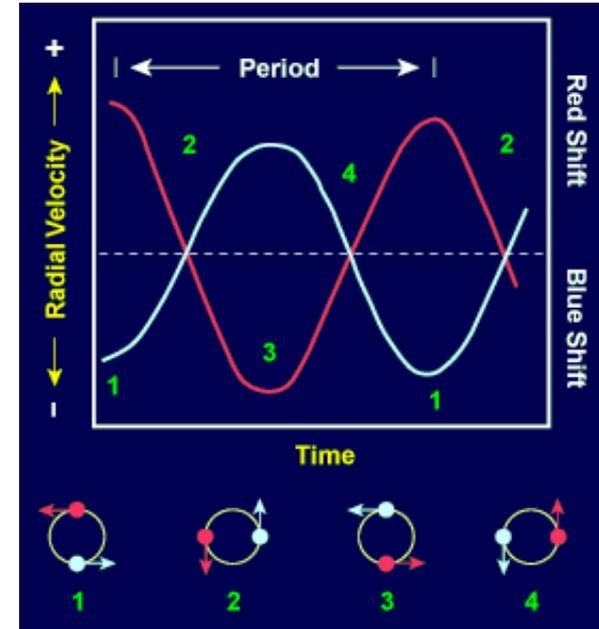
$$R = VP/2\pi \quad r = vP/2\pi$$

$$M R = m r \rightarrow M/m = r/R = v/V$$

$$a = R+r$$

$$M+m = a^3/P^2$$

→ e podemos entao obter M e m



Em geral - situacao é mais complicada:

Ex.: em geral nao facil determinar **inclinacao** ( $i$ ) do plano orbital (so se for **binaria eclipsante** tambem).

Se nao se conhece  $i$ :

so se mede a projecao de  $v$  e  $V$  na linha do obs.:

$$v' = v \sin i$$

$$V' = V \sin i$$

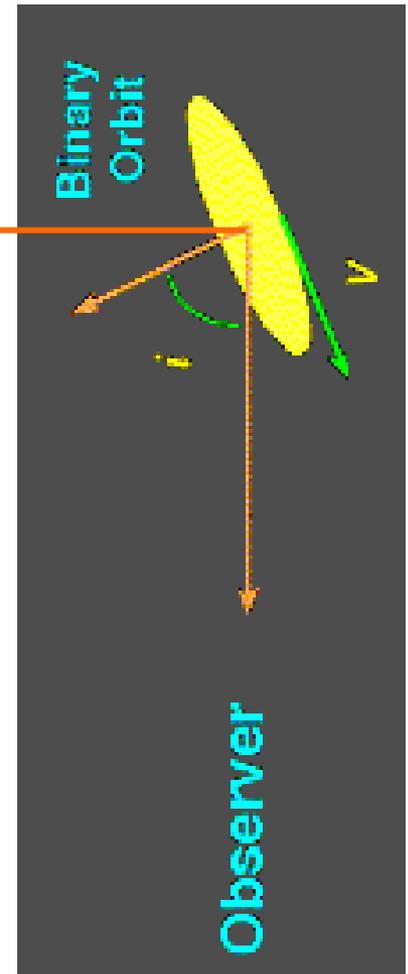
No caso em que a **secundaria** é muito fraca:

so primaria mais brilhante é observada:

so se mede  $V' \times t$  (determina  $P$  e  $R'$ , mas nao  $r$ ) :

→ so se determina **Função de massa  $f(M,m)$** :

Plano do céu



# Função de Massa

Se conseguirmos medir somente

$P$

$V' = V \sin i$

$R' = R \sin i$  da estrela primaria

e não conhecemos  $i$ , nem  $r$  e  $v$  da secundaria

Então só podemos obter a função de massa  $f(M, m)$ :

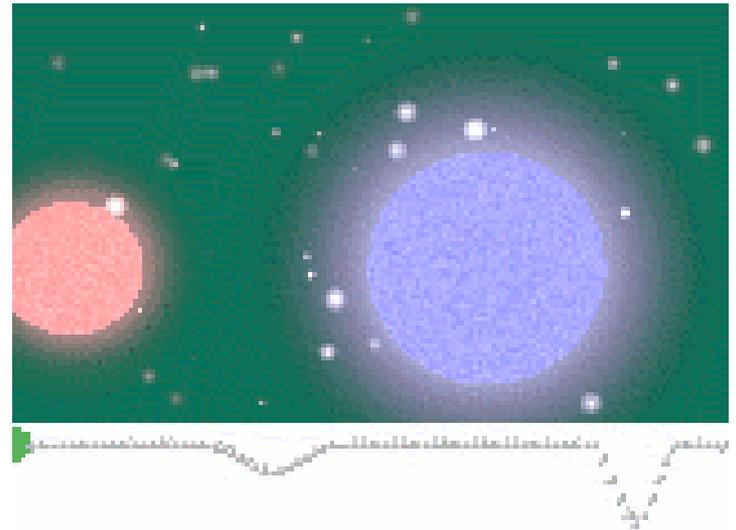
$$\begin{aligned} (M+m)P^2 &= a^3 = (r+R)^3 = R^3(1 + M/m)^3 \\ &= \frac{R'^3}{\sin^3 i} \frac{(M+m)^3}{m^3} \end{aligned}$$

$$\rightarrow f(M, m) = \frac{m^3 \sin^3 i}{(M+m)^2} = \frac{R'^3}{P^2}$$

# Binárias Eclipsantes

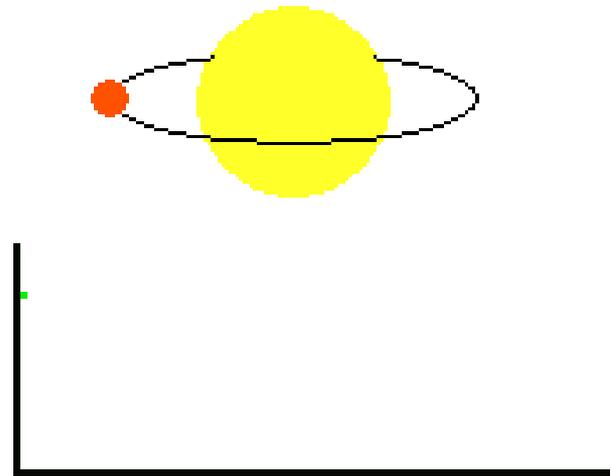
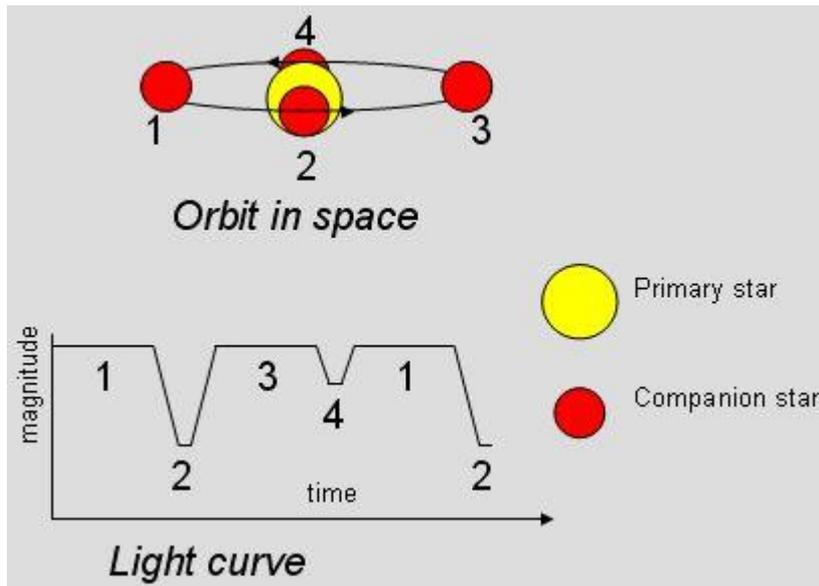
- Uma das estrelas passa pela frente da outra.
- Se o ângulo de inclinação da órbita é de  $\sim 90^\circ$   
⇒ cada uma das estrelas pode eclipsar a outra periodicamente.
- Milhares conhecidas, muitas são binárias espectroscópicas e apenas algumas são binárias visuais.

- Detecção através das variações de brilho do sistema e sua interpretação.

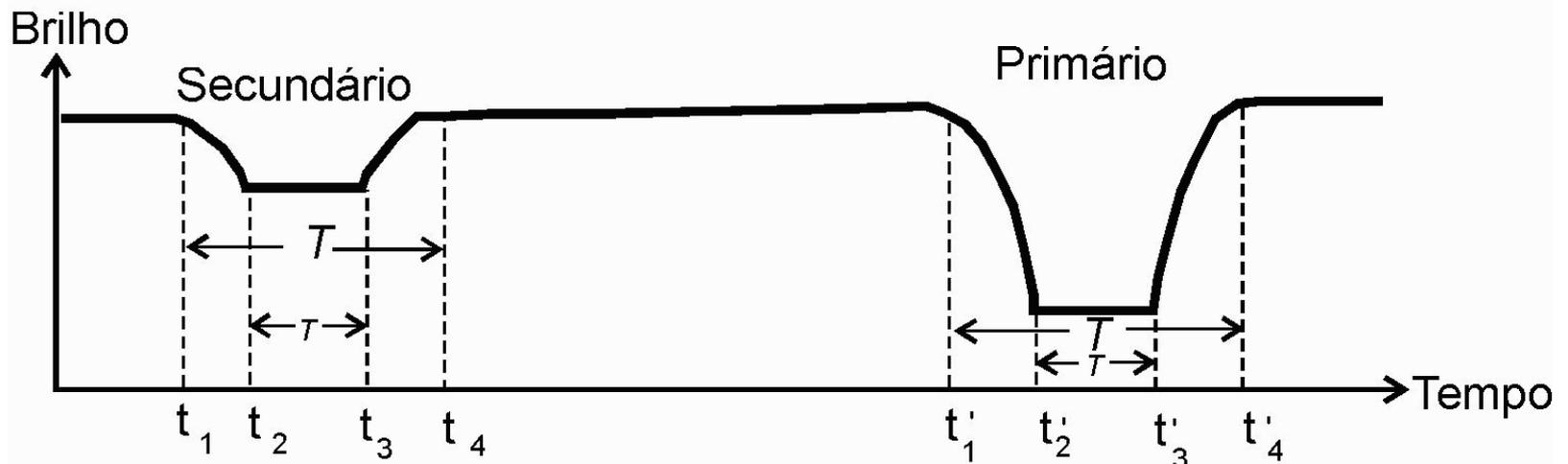
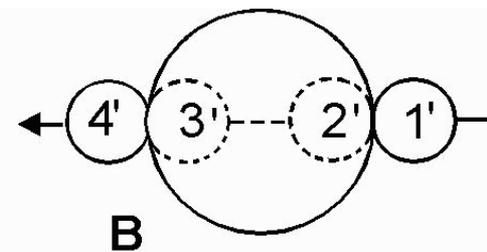
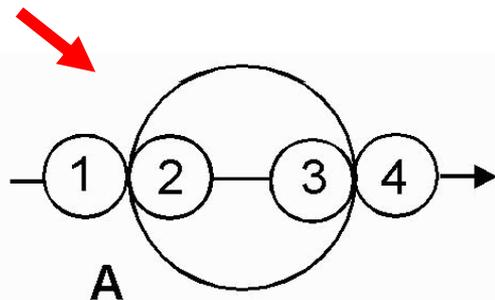


# Curva de Luz

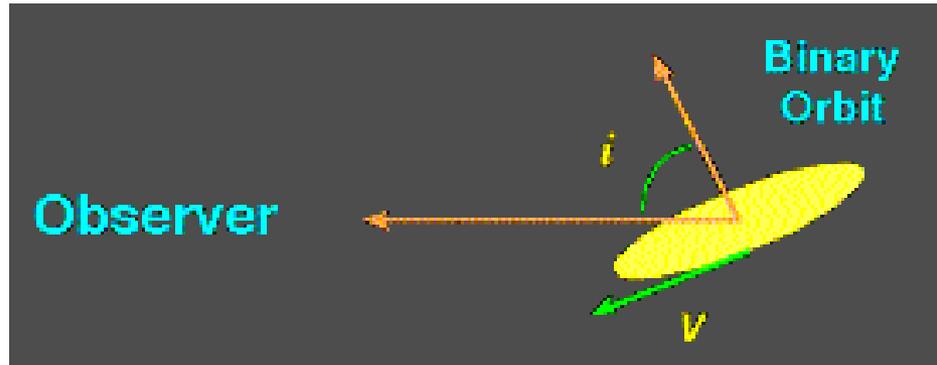
- Variação no brilho (**magnitude aparente ou fluxo**) de uma **binária eclipsante** em função do tempo.
- O brilho é constante quando não ocorre o eclipse, e diminui quando uma das estrelas é eclipsada.
- Durante o eclipse podem ocorrer dois tipos de *mínimos* de brilho (diferentes profundidades na curva de luz).



- Mínimo **mais profundo**: a estrela de menor brilho aparente ( $< \text{Temperatura}$ ) passa na frente da **mais brilhante** ( $> \text{Temperatura}$ ): **eclipse primário**.
- Mínimo **menos profundo**: quando a estrela + brilhante (+ quente) passa na frente da mais fria: eclipse **secundário**.



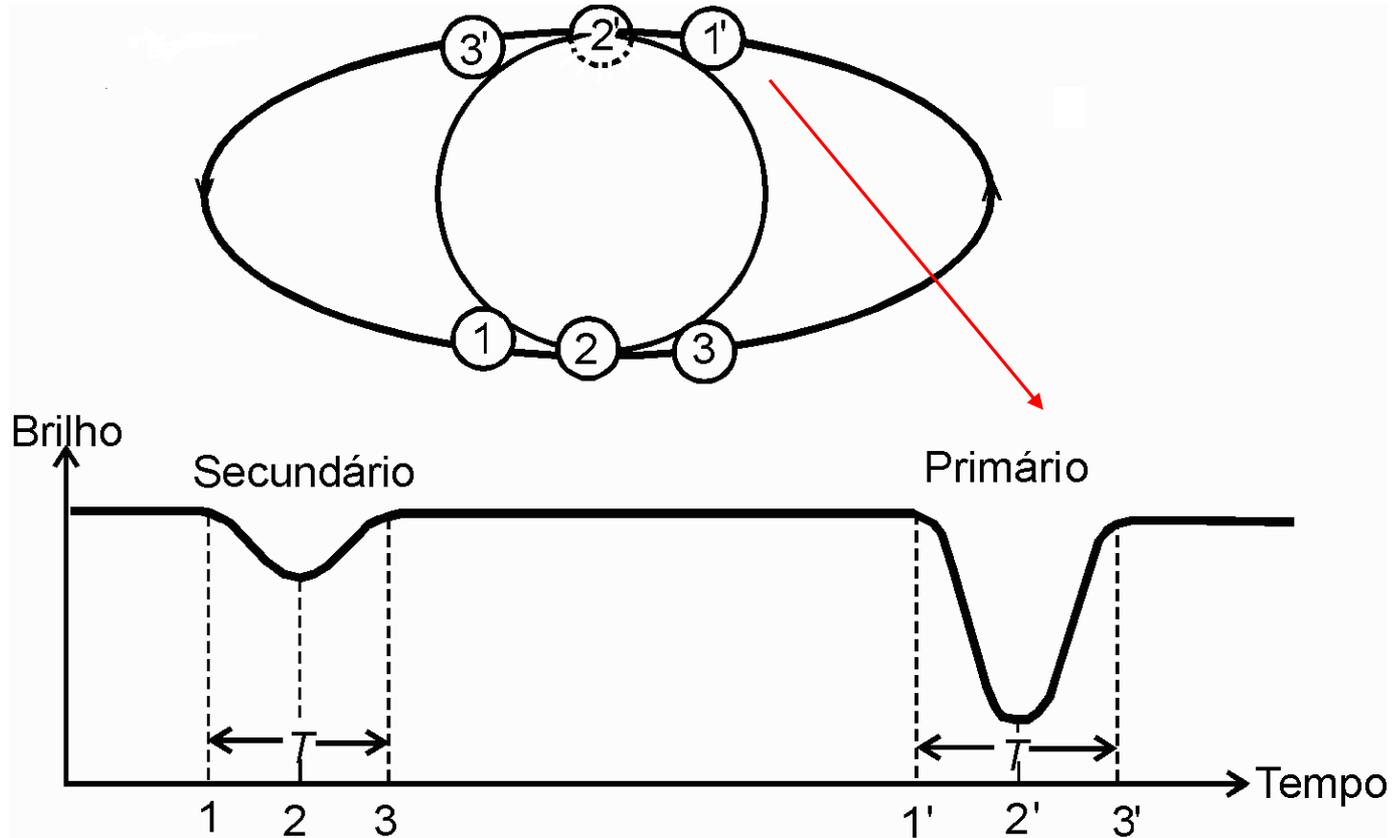
- De acordo com a inclinação da órbita  $\Rightarrow$  eclipse pode ser **central ou parcial**.



**Central**  $(i=90^\circ)$  { total (estrela menor atrás da maior)  
anular (estrela menor na frente da maior).

**Parcial**  $(i < 90^\circ)$  : se órbita circular ambos eclipses têm igual duração (porem menor que no eclipse total)

## Eclipses parciais para uma órbita circular inclinada.



Note que neste caso a estrela menor é a **mais quente** (> brilho aparente).

- Ex.: Sejam as estrelas 1 e 2 formando sistema binario eclipsante

- $T_1 = 20.000 \text{ K}$ ,  $R_1 = 60 R_{\text{sol}}$ ,  $M_{\text{bol}1} = -6,8$

- $R_2 = 0,3 R_{\text{sol}}$ ,  $M_{\text{bol}2} = -0,4$

- Calculemos:

- razão das luminosidades

- Razão das  $T_s$  efetivas

- Qual estrela ao ser eclipsada produz mínimo primario?

$$M_{\text{bol}1} - M_{\text{bol}2} = -2,5 \log (L_1/L_2)$$

$$\text{Log}(L_1/L_2) = (-6,8 + 0,4)/-2,5$$

$$L_1/L_2 = 2,56 \quad \rightarrow \quad L_2 < L_1$$

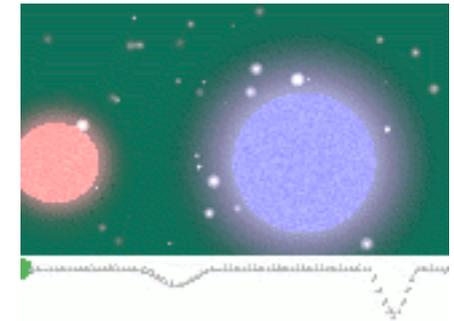
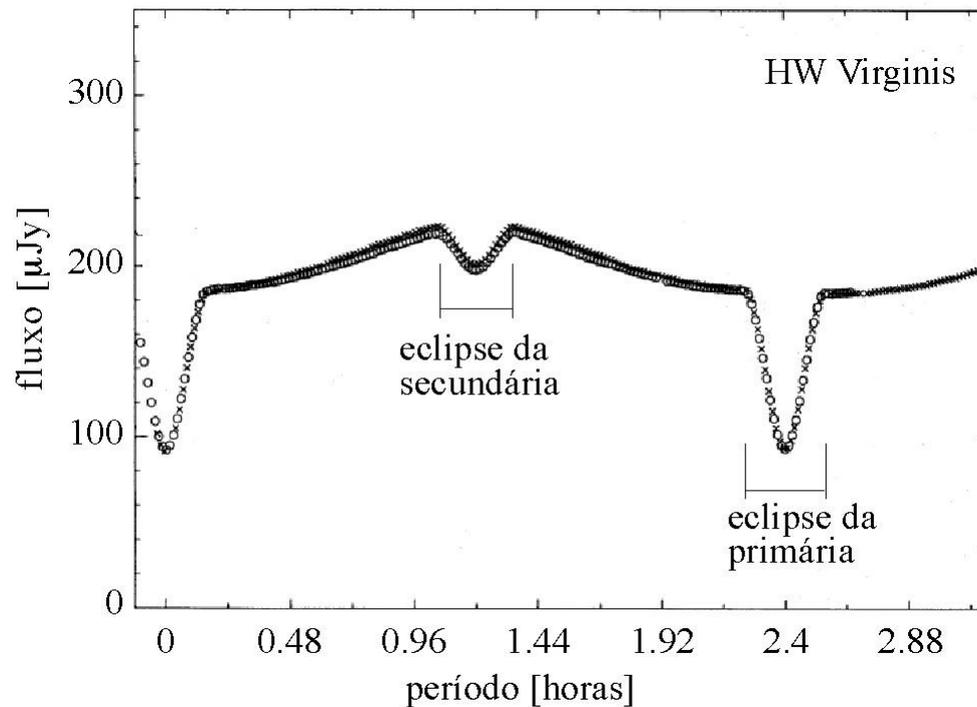
$$L = \sigma T^4 4 \pi R_*^2 \rightarrow T_1/T_2 = [(L_1/L_2) (R_2/R_1)^2]^{1/4} = 0,09$$

$$\rightarrow T_2 > T_1 \quad \rightarrow T_2 = 2,2 \times 10^5 \text{ K}$$

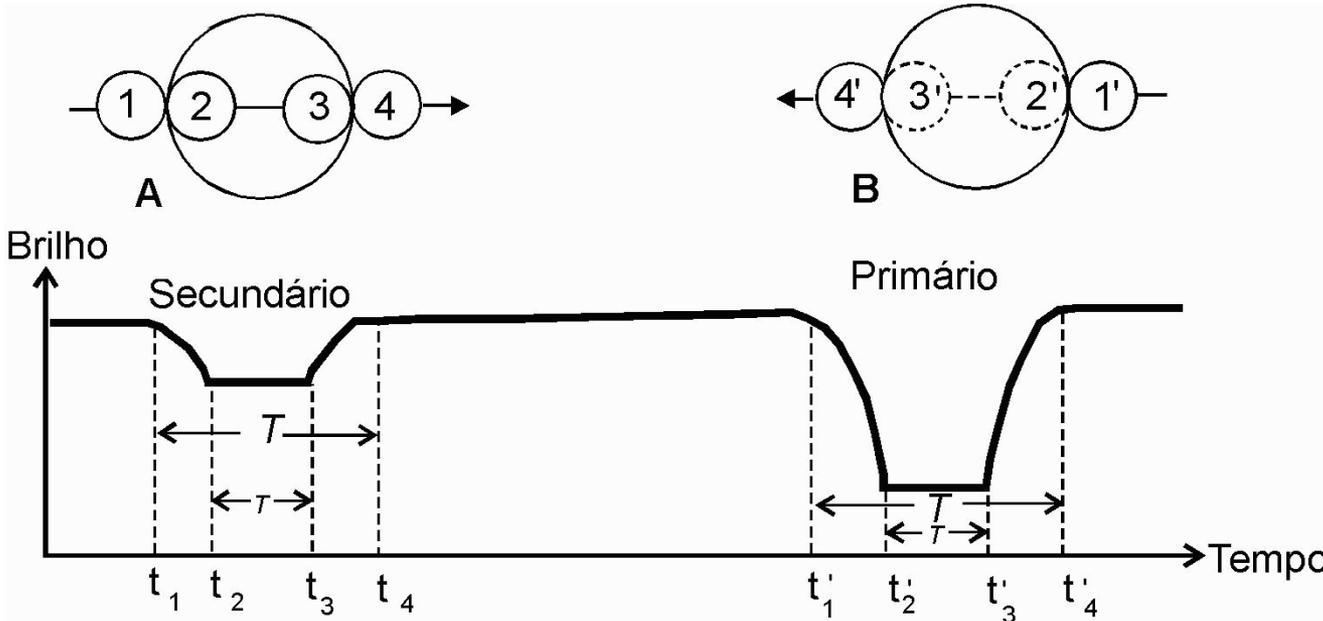
→ **Eclipse primario** → estrela mais quente é eclipsada pela mais fria : **eclipse da estrela 2**

# Sistemas binários eclipsantes

- Neste caso (raro) temos informação do tamanho das estrelas.



- O tamanho das estrelas está relacionado com a duração da fase de eclipse e com a velocidade relativa das estrelas.



**Ex. simples:**

Seja  $i = 90^\circ$

$R_G$ : raio da estrela >

$R_P$  e  $v$ : raio e velocidade orbital da estrela <

- Da geometria temos:

$$2 R_P = v (t_2 - t_1) = v (t_4 - t_3)$$

$$2(R_P + R_G) = v (t_4 - t_1)$$

- Assumindo raio da orbita aproximadamente circular e que estrela P gira em torno de G com raio orbital aproximadamente circular:

$$a = v P / 2 \pi$$

- Das 3 equacoes obtemos entao os raios  $R_P$  e  $R_G$ :

$$R_P/a = \pi(t_2 - t_1)/P \quad R_G/a = \pi(t_4 - t_2)/P$$

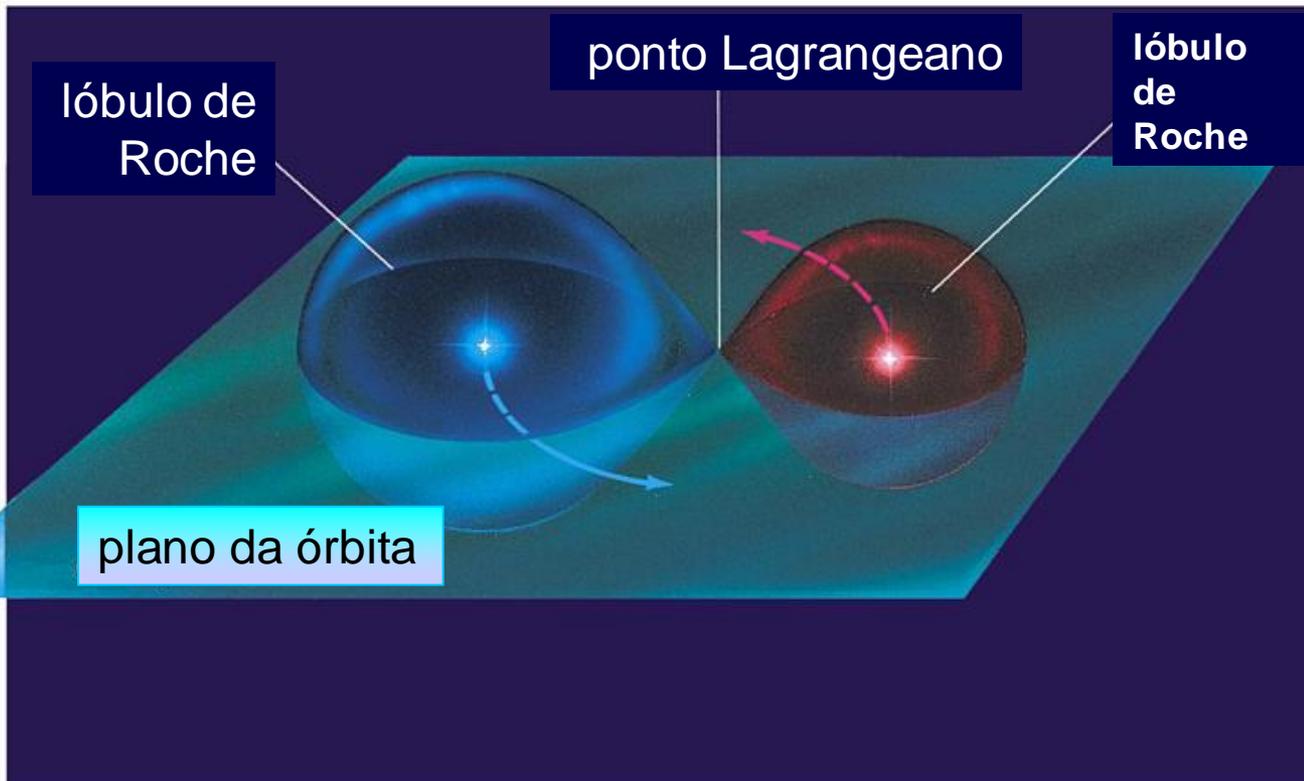
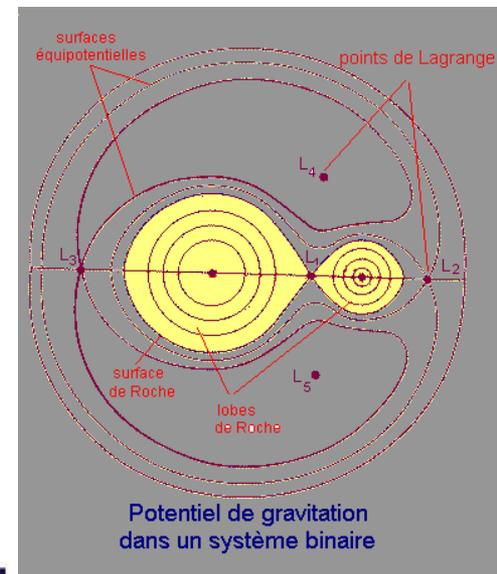
# Binárias de contato

- Estrelas muito próximas entre si
  - ⇒ sistemas eclipsantes com períodos extremamente curtos (poucas horas)
  - ⇒ contato físico ⇒ podem compartilhar o mesmo envoltório.
- Classificação baseada no tamanho da estrela com relação ao *lóbo de Roche* (região que define a ação do campo gravitacional).

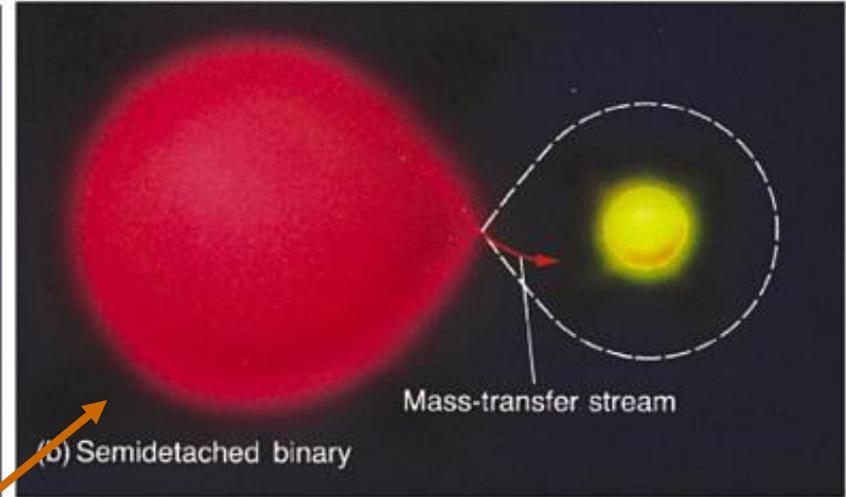
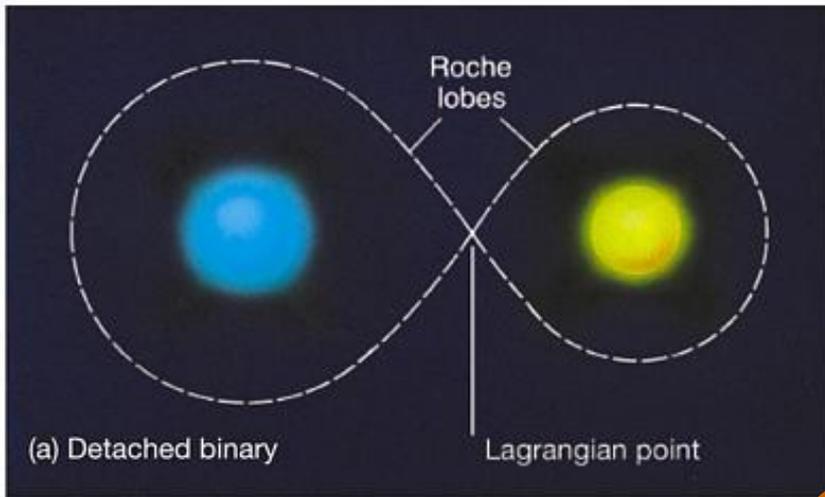
Volume ao redor da estrela em um sistema binário dentro do qual o material está ligado a estrela.

# Lóbulo de Roche

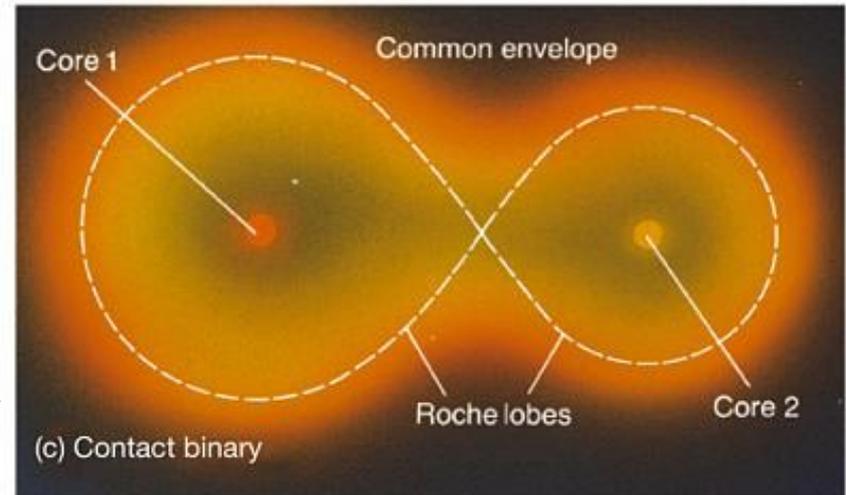
A superfície do lóbulo de Roche é uma superfície gravitacional equipotencial.



**Desconectadas:** raio de ambas é menor que seus lóbos de Roche.

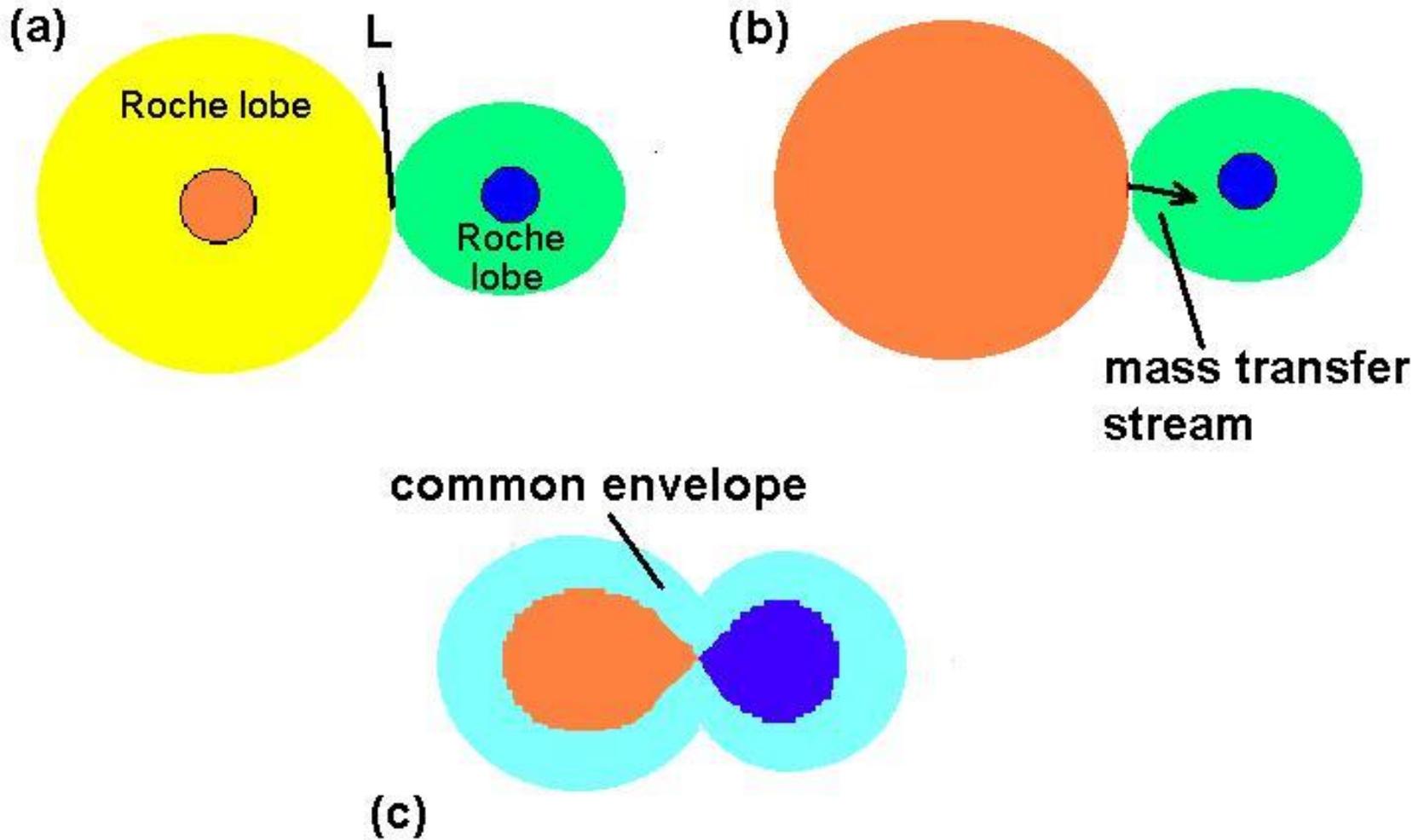


**Semi-conectadas:** uma delas preenche seu lóbo de Roche, a matéria flui para a outra estrela, através do ponto de contato L.



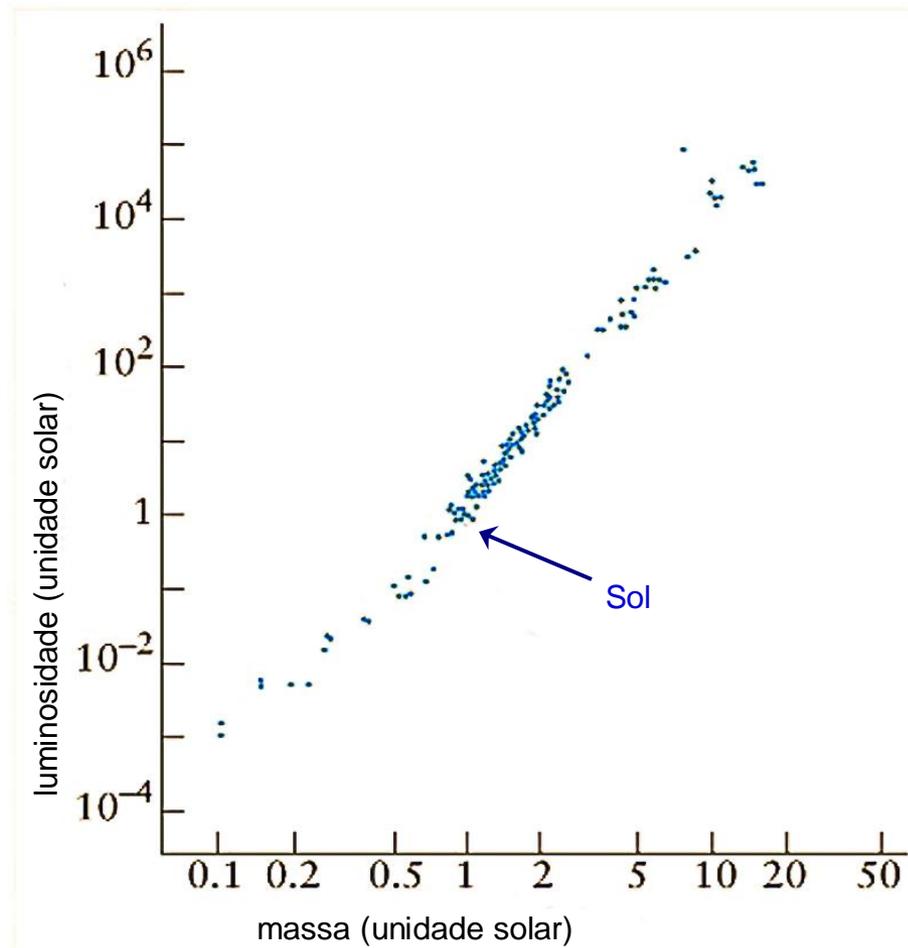
**Binárias de contato:** ambas preenchem os lóbos de Roche, compartilhando um mesmo envoltório.

(a) desconectadas; (b) Semi-conectadas;  
(c) Binárias de contato



# Relação Massa–Luminosidade

- Para as estrelas da Seqüência Principal existe uma relação bem definida entre a massa e a Luminosidade.



**Obtida a partir de medidas de massa de varias binarias**

# Relação Massa-Luminosidade

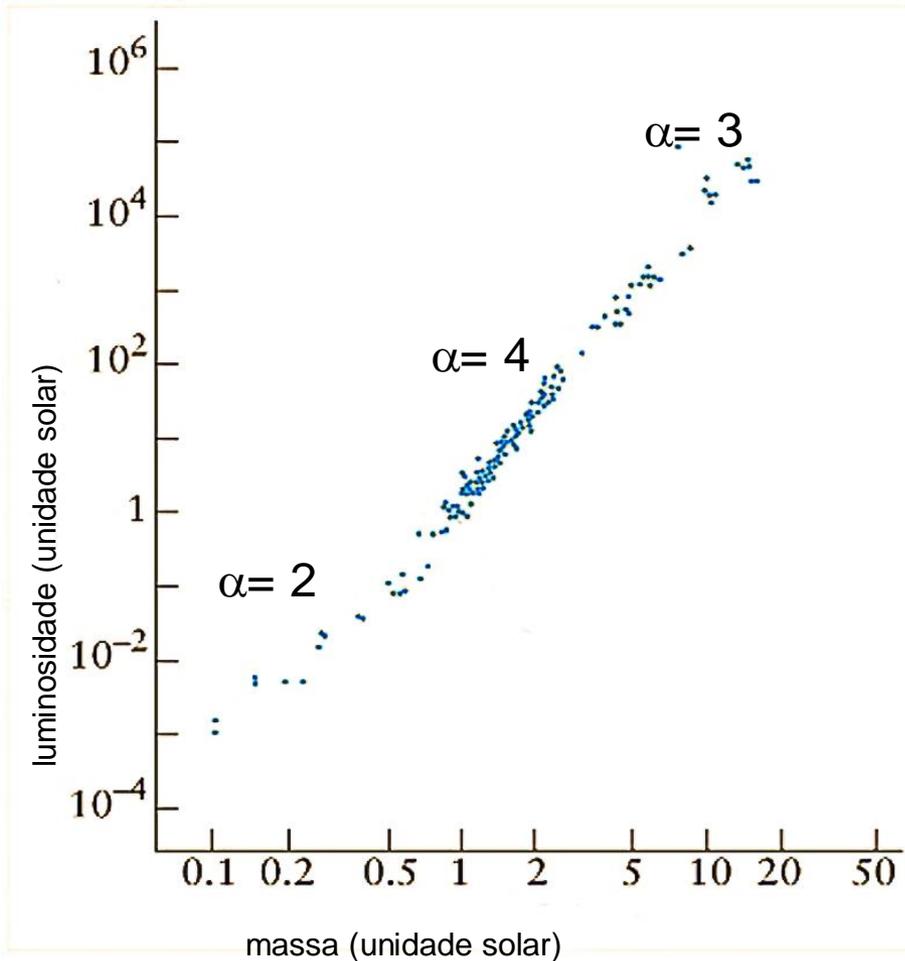
- Em 1924, Eddington sugeriu que a relação entre massa e luminosidade das estrelas\* pode ser expressa por:

$$\frac{L}{L_{\odot}} = \left( \frac{M}{M_{\odot}} \right)^{\alpha}$$

- O expoente  $\alpha$  depende do tipo de estrela:
  - muito luminosas e de alta massa  $\Rightarrow \alpha \sim 3$ ;
  - estrelas semelhantes ao Sol  $\Rightarrow \alpha \sim 4$ ;
  - estrelas fracas, baixas massas  $\Rightarrow \alpha \sim 2$ .

(\*) somente válida para estrelas da seqüência principal.

# Relação Massa–Luminosidade



$$\frac{\text{luminosidade}}{\text{lum. do Sol}} = \left( \frac{\text{massa}}{\text{massa do Sol}} \right)^{3,5}$$

- Note que a massa varia entre 0,1 e 50  $M_{\odot}$ .
- A luminosidade varia de 0,001 à 1.000.000  $L_{\odot}$ .

# Densidade das estrelas

- Conhecendo a massa (**razão massa-luminosidade**) e o raio (**relação com luminosidade e temperatura**)
  - podemos calcular a densidade média de uma estrela.
  - densidade = massa/volume = massa/( $4\pi R^3/3$ )

Exemplo:

Sol: raio = 696.000 km; massa =  $1,99 \times 10^{30}$  kg

densidade =  $1,41 \text{ g/cm}^3$ .

Betelgeuse: raio =  $1000 \times R_{\odot}$ ; massa =  $10 \times M_{\odot}$ .

densidade =  $1,41 \times 10^{-8} \text{ g/cm}^3$ .

Sirius B: raio = 1400 km; massa =  $1 M_{\odot}$ .

densidade =  $1,7 \times 10^{+8} \text{ g/cm}^3$ .

# Diagrama H-R e massa das estrelas

- A massa aumenta ao longo da Seqüência Principal.
- A massa é o fator determinante na posição de uma estrela ao longo da Seqüência Principal.

