

AGA0210 - Introdução à Astronomia

Resolução da Lista 2

Prof. Dr. Alex Cavaliéri Carciofi
*Monitor: Bruno C. Mota**
(Dated: 31 de outubro de 2012)

I. QUESTÃO 1

Conegundo tem uma lanterna e Quitéria tem um bolômetro e uma fita métrica. Da casa de Conegundo é possível ver a casa de Quitéria, mas um grande lago as separa. Ajude-os a projetar um experimento que usa os três equipamentos acima para determinar a distância entre suas casas. Descreva em detalhes os passos do experimento e forneça números arbitrários (porém consistentes entre si) para ilustrar seu experimento.

Resolução

Sabemos que

$$F = \frac{L}{4\pi d^2}, \quad (1)$$

Portanto, o bolômetro nos forneceria uma medida do fluxo na posição do Conegundo, a qual seria aproximadamente a potência da lâmpada,

$$F_C = \frac{P_L}{A}. \quad (2)$$

onde A é a área emissora da lâmpada. Agora, imaginando a luz da lâmpada tomada poucos metros de Conegundo, onde poderíamos medir a distância com a fita métrica e o fluxo pelo bolômetro,

$$F_C = \frac{L}{4\pi d_1^2}, \quad (3)$$

e, em seguida, indo até a casa de Quitéria e tomando uma medida do fluxo lá,

$$F_Q = \frac{L}{4\pi d_2^2}, \quad (4)$$

Como a luminosidade da lâmpada se conserva, podemos determinar a distância da casa de Quitéria, d_2 pelas equações 3 e 4,

$$4\pi d_1^2 F_C = 4\pi d_2^2 F_Q \Rightarrow d_2 = \left(\frac{F_C}{F_Q}\right)^{1/2} d_1. \quad (5)$$

*e-mail:bruno.mota@usp.br

II. QUESTÃO 2

- a) Qual é o comprimento de onda do pico de emissão solar?

Utilizando $T_{\text{ef}\odot} \simeq 5800 \text{ K}$ a lei de Wien,

$$\lambda_{\text{max}} = \frac{2,9 \times 10^6}{T} \text{ nm K} = \frac{2,9 \times 10^6}{5800 \text{ K}} \text{ nm K} \quad (6)$$

Portanto, $\lambda_{\text{max}} \simeq 500 \text{ nm}$, o pico está no visível.

- b) Qual seria o comprimento de onda do pico de emissão solar se sua luminosidade fosse 16 vezes maior (assumindo-se que o raio seja o mesmo)?

Como,

$$L = \sigma T_{\text{ef}}^4 4\pi R^2, \quad (7)$$

a luminosidade solar será $L_{\odot} = \sigma T_{\text{ef}\odot}^4 4\pi R_{\odot}^2$, assim tomando a razão entre esta e a luminosidade 16 vezes maior,

$$\frac{L_{\odot}}{16L_{\odot}} = \frac{\sigma T_{\text{ef}\odot}^4 4\pi R_{\odot}^2}{\sigma T_{\text{ef}}^4 4\pi R_{\odot}^2} \quad (8)$$

Portanto a temperatura será $T_{\text{ef}} = 2 T_{\text{ef}\odot}$. Usando novamente a lei de Wien obtemos $\lambda_{\text{max}} \simeq 250 \text{ nm}$, ou seja, o pico ocorre agora no ultravioleta.

III. QUESTÃO 3

A linha espectral H α do hidrogênio tem um comprimento de onda central de 6562.8 \AA (em repouso). Um astrônomo obtém o espectro de uma estrela, determina que o comprimento de onda desta linha é de 6562.9 \AA e conclui, corretamente, que a estrela está movendo-se em relação a nós.

- a) A estrela está se afastando ou se aproximando?

Tomando a diferença entre os comprimentos de onda,

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = (6562.9 - 6562.8) \text{ \AA} = 0.1 \text{ \AA} > 0 \quad (9)$$

Como $\Delta\lambda > 0$ então temos um desvio para o vermelho.

- b) Qual a sua velocidade (em km/s)?

Aplicando a fórmula do efeito Doppler,

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v}{c} \quad (10)$$

Fazendo as contas encontramos $v \simeq 1.5 \times 10^{-5}c = 4,6 \text{ km/s} > 0$, o que condiz com a resposta do item b, ou seja, a estrela está se afastando.

IV. QUESTÃO 4

- a) e b) Vimos na aula que cada parte do Sol tem uma temperatura característica. Use a lei de Wien para calcular comprimento de onda do pico de emissão solar de cada uma das seguintes partes do Sol: núcleo, fotosfera, cromosfera e coroa. Em que parte do espectro eletromagnético cada uma dessas regiões emite?

Utilizando a lei de Wien, temos

Camada	T(K)	λ_{\max} (nm)	Região
Núcleo	15×10^6	0.19	Raios-X
Fotosfera	6×10^3	483.33	Visível
Cromosfera	20×10^3	145.00	Ultravioleta
Coroa	2×10^6	1.45	Raios-X

- c) Em média, quantas vezes mais energéticos são os fótons emitidos no interior solar em comparação com os fótons da fotosfera?

Calculando a energia de um fóton, $E = hc/\lambda = h\nu$, para estas regiões e tomando a razão, temos

$$\frac{E_{\text{núcleo}}}{E_{\text{fotosfera}}} = \frac{hc}{\lambda_{\max}^{\text{núcleo}}} \frac{\lambda_{\max}^{\text{fotosfera}}}{hc} = \frac{\lambda_{\max}^{\text{fotosfera}}}{\lambda_{\max}^{\text{núcleo}}} \quad (11)$$

Portanto,

$$\frac{E_{\text{núcleo}}}{E_{\text{fotosfera}}} = \frac{\lambda_{\max}^{\text{fotosfera}}}{\lambda_{\max}^{\text{núcleo}}} = \frac{483.33}{0.19} \simeq 2544 \quad (12)$$

V. QUESTÃO 5

Preencha o que falta

- a) Os raios X tem comprimento de onda **menor**, frequência **maior** e energia associada **maior** do que as ondas de rádio.
- b) Quanto mais quente um objeto, mais o pico de seu espectro (radiação de corpo negro) se desloca para frequências mais **altas** e energias mais **altas**.
- c) Um observador observará o espectro de estrelas que estão se movendo em direção contrária a sua (ou seja, se distanciando do observador) com as linhas deslocadas para o **vermelho**.
- d) Duas estrelas A e B têm o mesmo brilho intrínseco. A está duas vezes mais distante que B. A razão de brilho aparente A/B que observo na Terra é **1/4**.

VI. QUESTÃO 6

De cada 1 kg de H convertido em He no interior solar, 0,0071 kg são convertidos em energia. Use a famosa fórmula de Einstein para determinar quantos quilos de H são convertidos no interior solar por segundo (dica: você precisará do valor da luminosidade do Sol).

Utilizando a fórmula de Einstein para a energia

$$E = m c^2 = L_{\odot} \times 1.0 \text{ s}, \quad (13)$$

Assim, a massa convertida em 1.0 s no interior solar é

$$m = \frac{L_{\odot}}{c^2} \simeq 4.2 \times 10^9 \text{ kg}, \quad (14)$$

como ocorre a conversão de 0,0071 kg em energia para cada 1.0 kg de Hidrogênio, a massa correspondente do Hidrogênio total consumido no interior solar por segundo, M, será

$$\frac{4.2 \times 10^9 \text{ kg}}{0.0071 \text{ kg}} \simeq \frac{M}{1 \text{ kg}} \Rightarrow M \simeq 6 \times 10^{11} \text{ kg} \simeq 3 \times 10^{-19} M_{\odot} \quad (15)$$

Ou seja, em um ano o Sol perde apenas o equivalente a $3.0 \times 10^{-19} M_{\odot} \text{ s}^{-1} = 9.5 \times 10^{-12} M_{\odot} \text{ ano}^{-1}$.