

Aula 2

Órbitas e Gravidade.

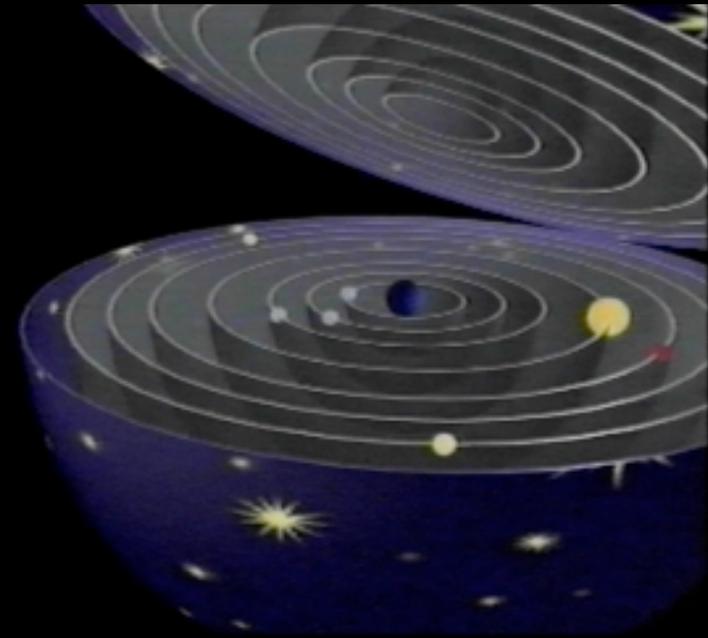
Geocentrismo: um modelo amplamente aceito

- A Terra parece firme e estável.
- As estrelas parecem descrever circunferências no céu, em torno dos pólos celestes.
- Os “planetas” da época (Lua, Sol, Mercúrio, Vênus, Marte, Júpiter e Saturno) parecem mover-se em torno da Terra.
- Profundas raízes filosóficas e religiosas
- Argumento bíblico: Josué ordenou ao Sol e à Lua que parassem.



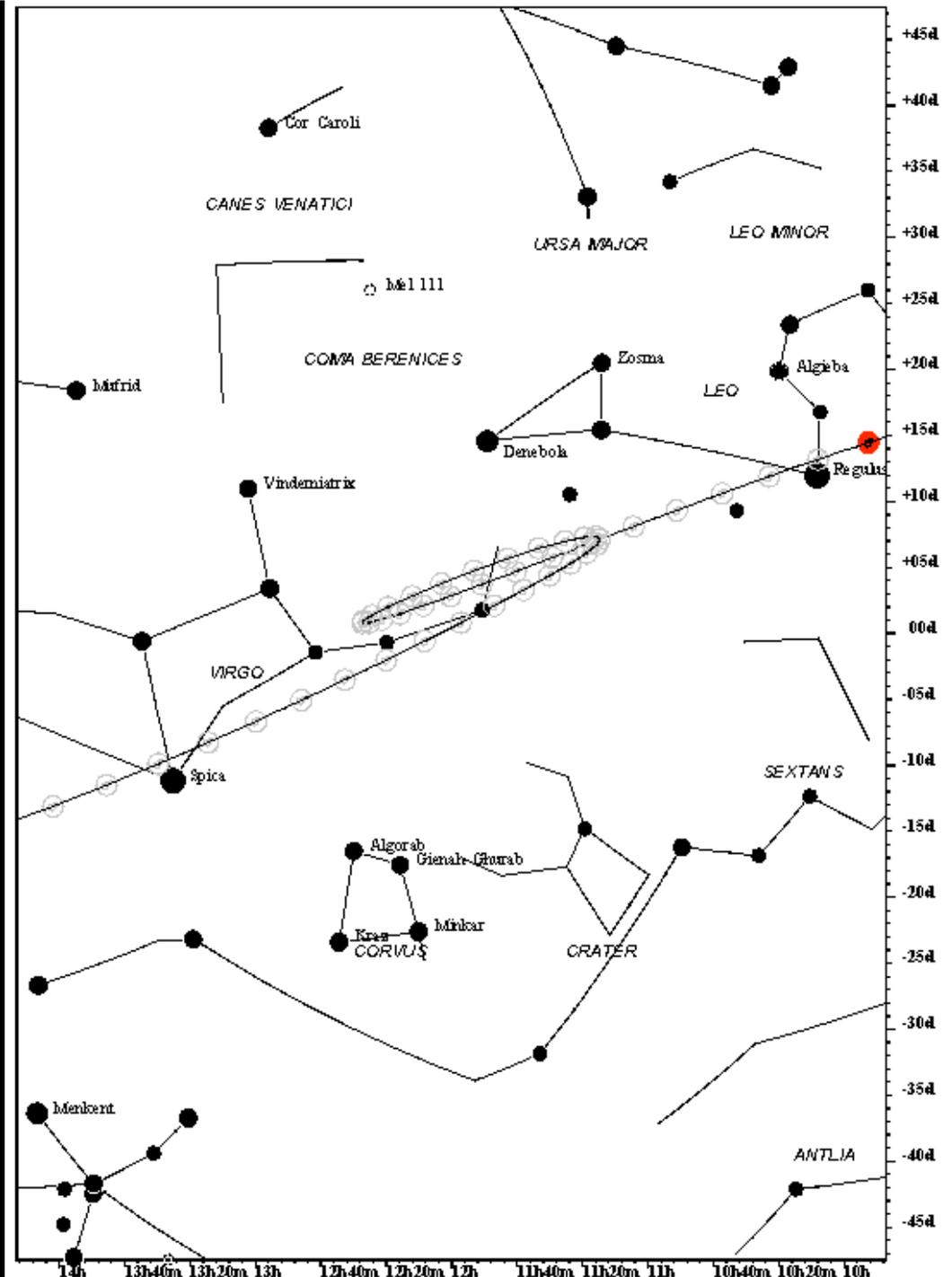
O Modelo Geocêntrico:

- A Terra ocupa o centro do Universo.
- Os planetas giram em órbitas circulares em torno da Terra.
- Os planetas mais “rápidos” estão mais próximos: Lua, Mercúrio, Vênus, Sol, Marte, Júpiter e Saturno.
- As estrelas estariam incrustadas numa esfera de cristal, muito distante.



Movimento de Marte no céu

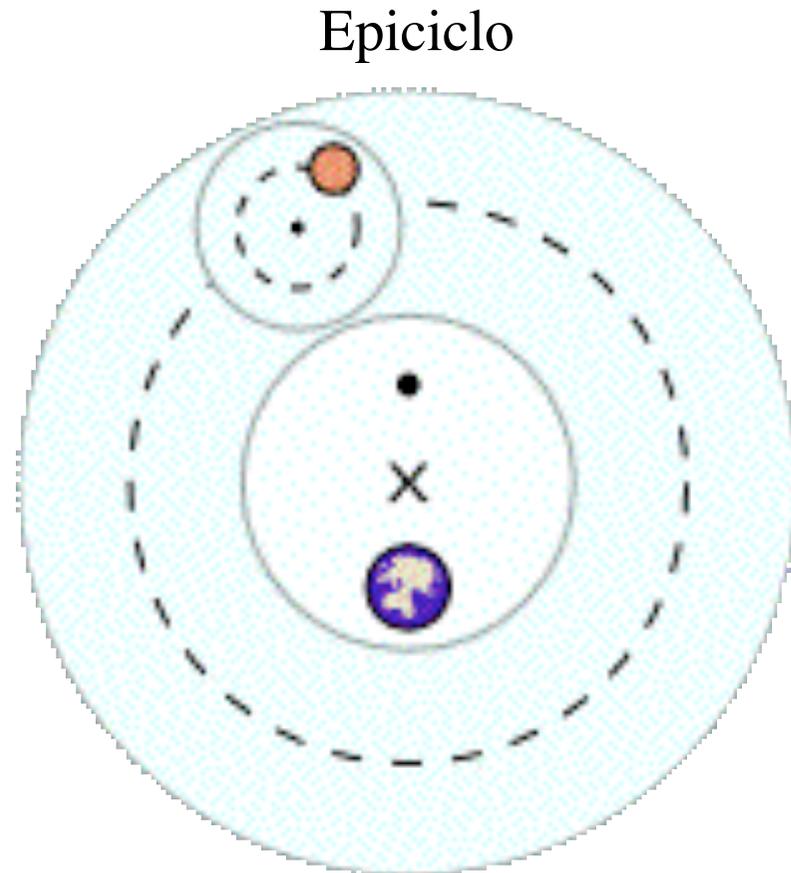
Movimento retrógrado!
Como explicar isso?
Enorme desafio para os
astrônomos da antiguidade



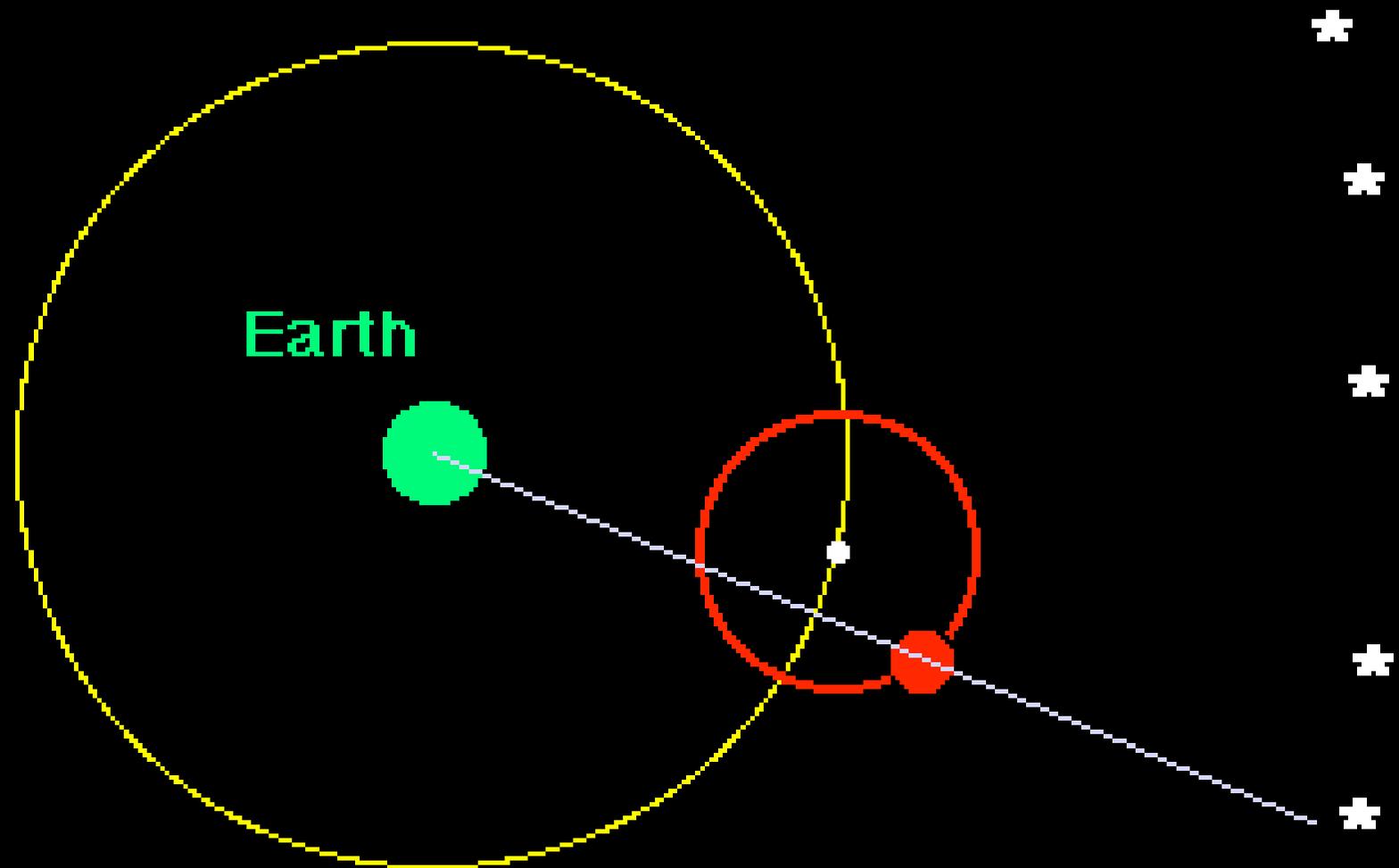
Problemas do Modelo Geocêntrico

(já percebidos por Ptolomeu)

- A velocidade dos planetas no céu é variável.
- O brilho dos planetas é variável.
- Há ocasiões quando o sentido do movimento dos planetas temporariamente se inverte: **movimento retrógrado**
- **Solução:** ciclos, epiciclos, equantes... (lista de exercícios)



Epiciclos



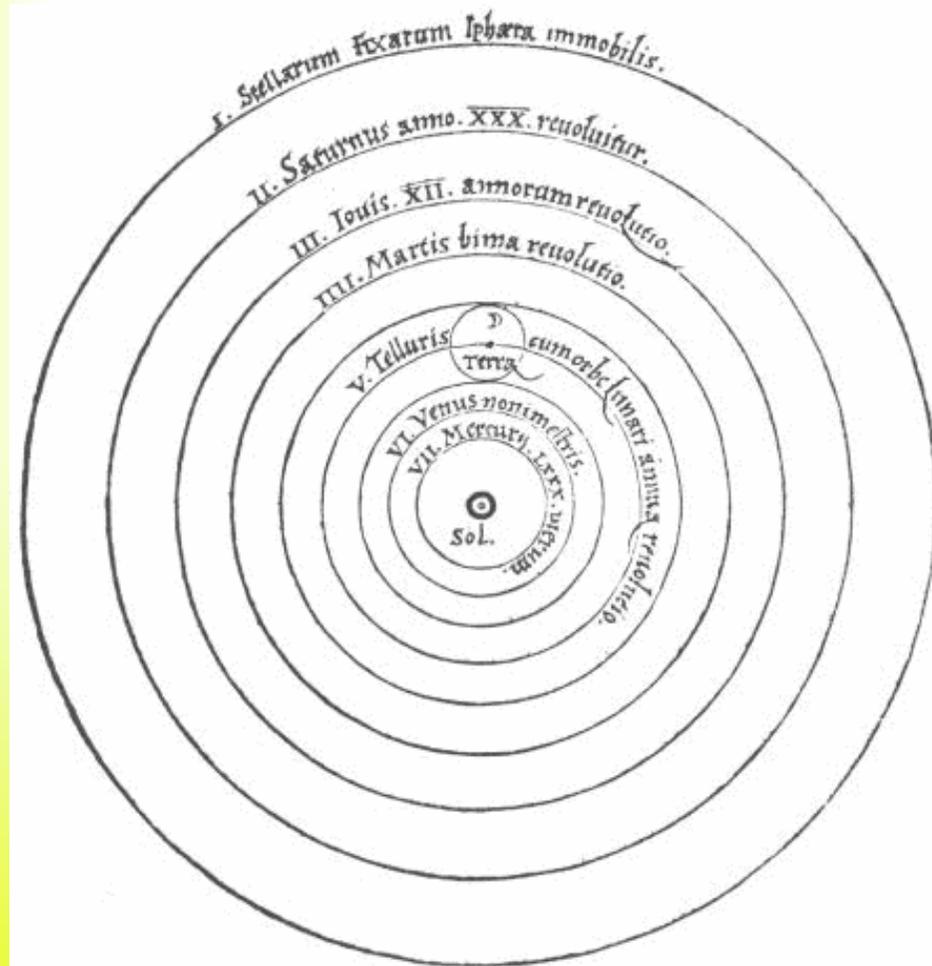
O Nascimento da Astronomia Moderna

- O **complicadíssimo** modelo geocêntrico de Ptolomeu (que já remontava ao primórdios da Grécia Antiga) sobreviveu por 15 séculos sem alterações.
- Ele só foi questionado por Copérnico no séc. XVI em sua obra *De Revolutionibus Orbium Coelestium*
- Esta obra, publicada no ano de sua morte (1543), estabelecia os princípios e implicações do modelo Heliocêntrico, em todos os seus detalhes.



Nicolau Copérnico

De Revolutionibus Orbium Coelestium



Ingredientes:

- Sol no centro do Universo
- Planetas giram em torno do Sol
- Lua gira em torno da Terra
- Terra gira em torno de si mesma
- **movimentos circulares**

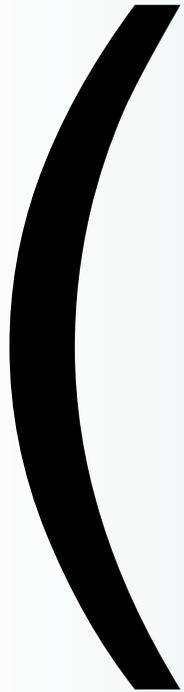
Modelo encontrou forte oposição no século seguinte à sua publicação. Motivos:

- Religiosos.
- Filosóficos.
- Desconhecimento da física.

(ver lista de exercícios 1)

Modelo Heliocêntrico

*Retrograde Motion in the
Copernican System*



Abrindo um parêntese

Lembram-se do parêntese da aula anterior?

Ciência: conjunto do conhecimento humano gerado e sujeito ao método científico.

Pois bem, na época de Copérnico poucos cogitaram de TESTAR a teoria com observações!

Havia uma velha tradição filosófica, que remontava aos gregos e era defendida pela Igreja, de que a razão pura, combinada com a revelação divina, era o caminho para a verdade. *A natureza, como revelada por nossos sentidos, era suspeita.*

Ex: crença de Aristóteles que quanto maior a massa de um corpo, mais rápido ele cai. Correto? Claro que não...

fechando o parêntese



Uma mudança de paradigma...

No século que se seguiu à publicação de *De Revolutionibus*, três pessoas foram de fundamental importância para o estabelecimento da cosmologia heliocêntrica:

Tycho Brahe (1546-1601)

“O último e o maior dos observadores da era pré-telescópica”

Johannes Kepler (1571 - 1630)

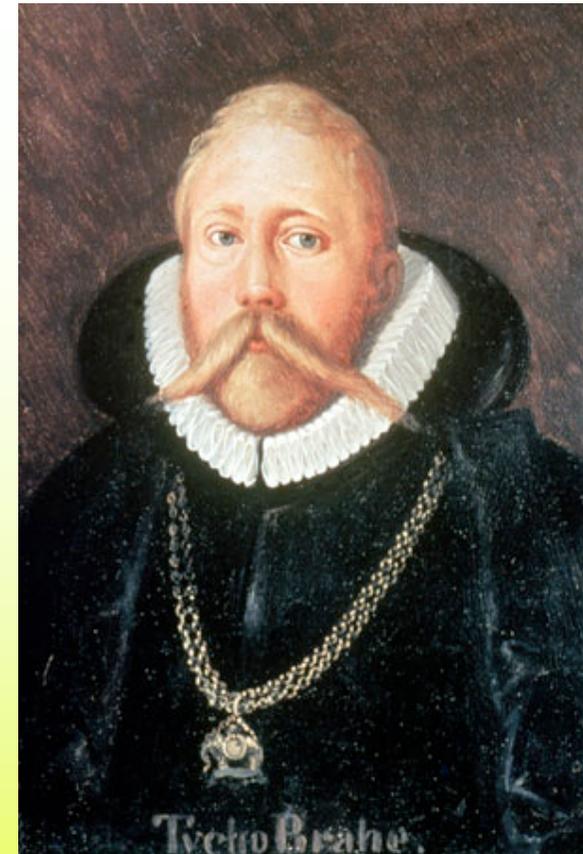
“Proviu uma sólida base matemática à cosmologia heliocêntrica”

Galileu Galilei (1564 - 1642)

“Defendeu a condução de experimentos e observações para desvendar a Natureza”

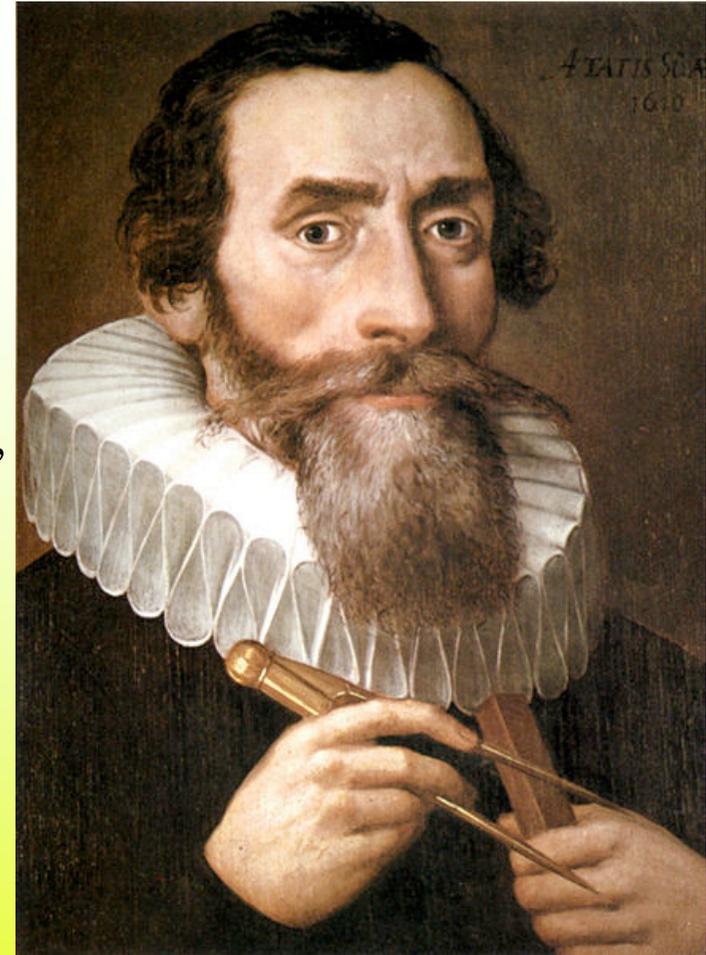
Tycho Brahe

- Astrônomo dinamarquês, construiu um observatório na ilha de Ven, chamado Uraniborg
- Fez um registro contínuo da posição do Sol, Lua e planetas por quase 20 anos (precisão de 1'!)
- Suas observações permitiram-no notar que a posição dos planetas **não concordavam com as tabelas existentes**, baseadas em Ptolomeu
- Um ano antes de sua morte, contratou um jovem e brilhante matemático para ajudá-lo: Johannes Kepler



Johannes Kepler

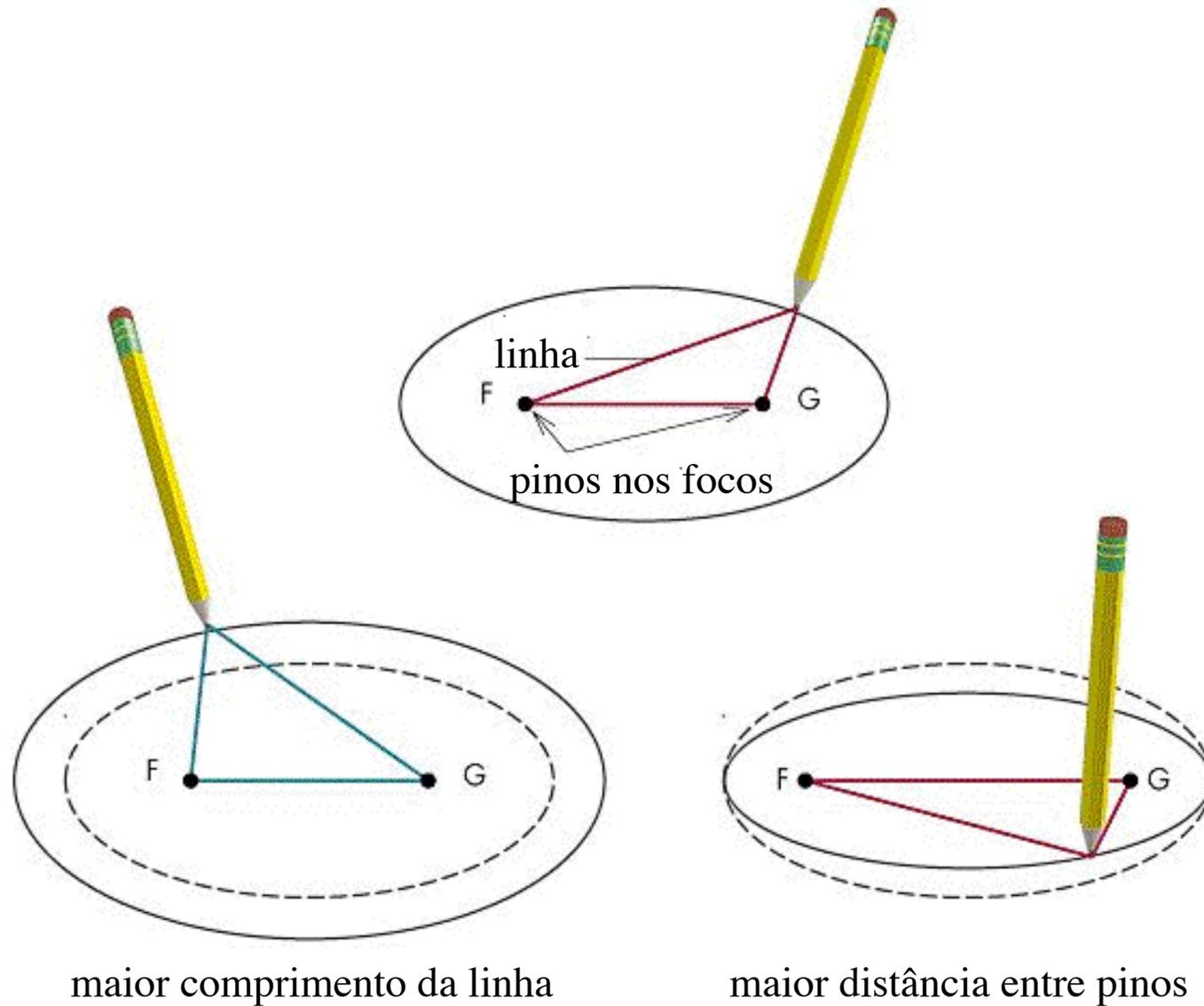
- Como assistente de Tycho foi-lhe conferida a tarefa de encontrar uma teoria satisfatória do movimento planetário (mas Tycho não lhe permitia acesso a todos os dados)
- Somente após a morte de Tycho, em 1601, que Kepler pode estudar todos os registros, tarefa que ocupou seu tempo pelos 20 anos seguintes.
- Logo de início ficou evidente que **órbitas circulares não explicavam os dados**
- 1609: publica *Astronomia Nova*, contendo duas leis empíricas do movimento planetário



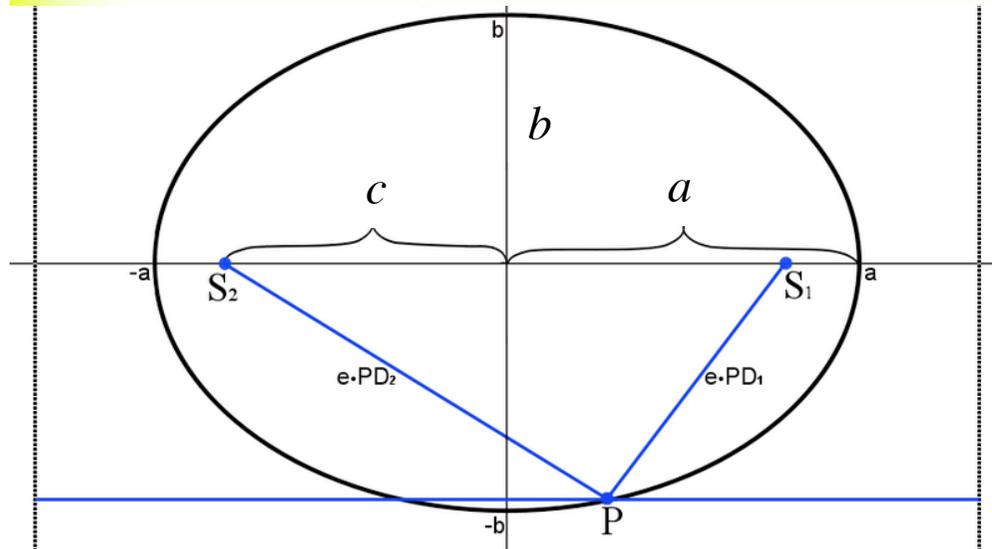
1ª Lei de Kepler

Os planetas descrevem
órbitas elípticas em torno do
Sol, que ocupa um dos focos.

Elipse



Elipse



Elementos:

focos

eixo maior ($2a$)

eixo menor ($2b$)

distância entre focos ($2c$)

Em astronomia, descreve-se o uma dada órbita pelo seu **semi-eixo maior (a)** e **excentricidade**

$$e = c/a$$

Definição: uma elipse é um conjunto de pontos de um plano cuja soma das distâncias a dois pontos fixos (**focos**) é constante ($2a$) e maior do que a distância entre eles.

Elipse

Exemplo. Para Marte:

$$a = 228.000.000 \text{ km} = 1,52 \text{ UA}$$

$$(1 \text{ UA} = 1,5 \times 10^8 \text{ km})$$

$$e = 0,1$$

A excentricidade está relacionada com o achatamento da elipse, mas NÃO é o achatamento. Este é mais intuitivamente definido como

$$\text{achatamento} = b/a = \sqrt{1 - e^2}$$

Assim, para marte temos $a/b = 0,995$! Isso é praticamente indistinguível de um círculo.

Para pensar: se $e = 0$ temos um círculo. E se $e = 1$?

2ª Lei de Kepler

O vetor que liga o Sol ao planeta varre áreas iguais em tempos iguais.
(Lei das Áreas)

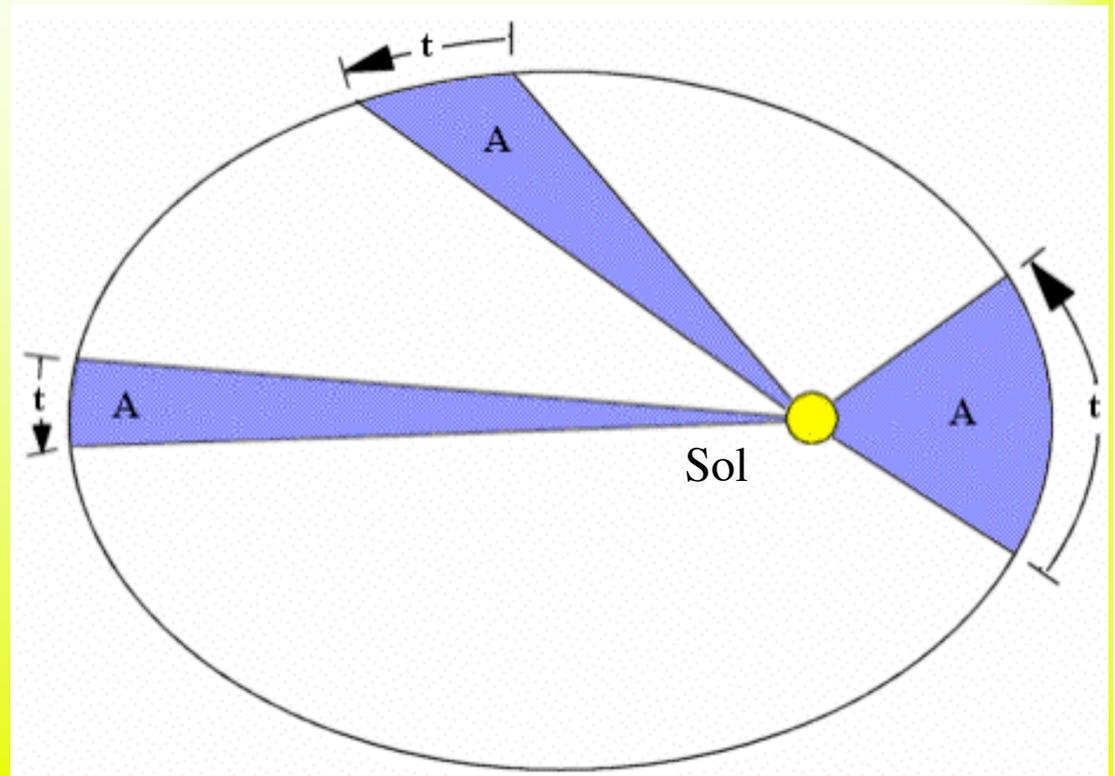
2ª Lei de Kepler

(lei das áreas)

Fato: a partir dos dados de Tycho, Kepler descobriu que quanto mais perto um planeta estiver do Sol mais rápido ele se move

A partir desta descoberta, Kepler notou que a linha (imaginária) que une o Sol e o planeta **varre áreas iguais em tempos iguais**

Pergunta: como é a velocidade orbital de um planeta com órbita circular?



3ª Lei de Kepler

O quadrado do período de revolução de um planeta em torno do Sol é proporcional ao cubo do semi-eixo maior de sua órbita.

3ª Lei de Kepler

As duas primeiras leis, apesar de notáveis, não satisfizeram o anseio de Kepler de entender o movimento planetário.

Em particular, ele procurava um padrão matemático para os períodos orbitais (**harmonia das esferas**).

A 3ª lei, descoberta em 1619, proviu este padrão. Na sua forma mais simples, ele é escrita matematicamente como:

$$a^3[\text{ua}] = P^2 [\text{anos}]$$

Exemplo. Marte: $a = 1,52$, $P = 1,88$. Portanto:

$$1,52^3 = 3,51 = 1,88^2$$

Leis de Kepler

Após sua publicação, e com o advento da era telescópica, mediu-se com cada vez mais precisão as características orbitais dos planetas:

$$a, e, P$$

Isso permitiu fazer-se previsões sobre a posição dos planetas com precisão sem precedentes.

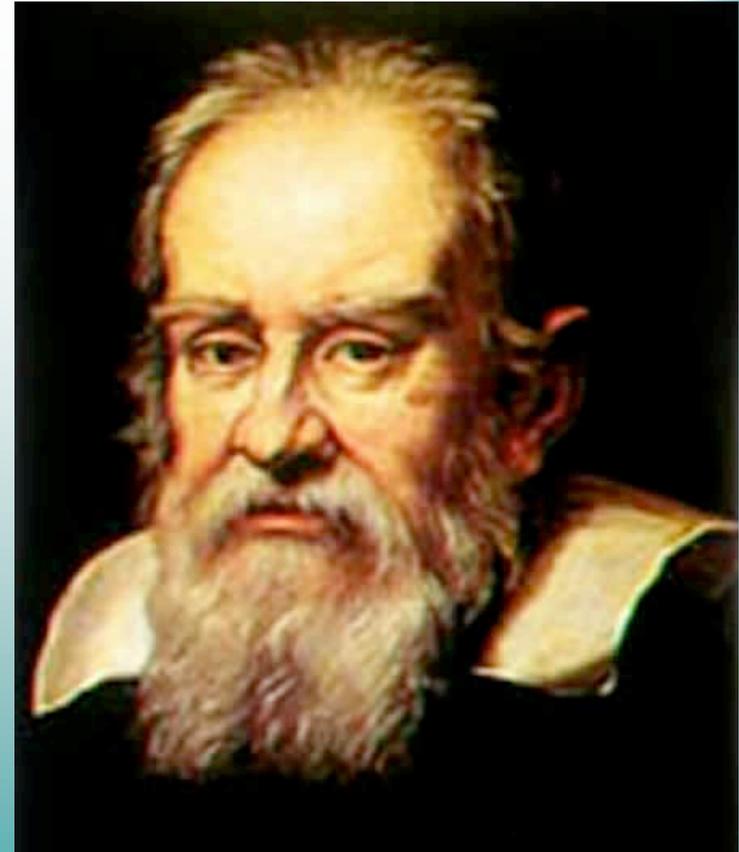
Mas, estas leis são *empíricas*, o que significa que elas não *explicam o porquê do movimento*.

Esse passo foi dado por Newton...

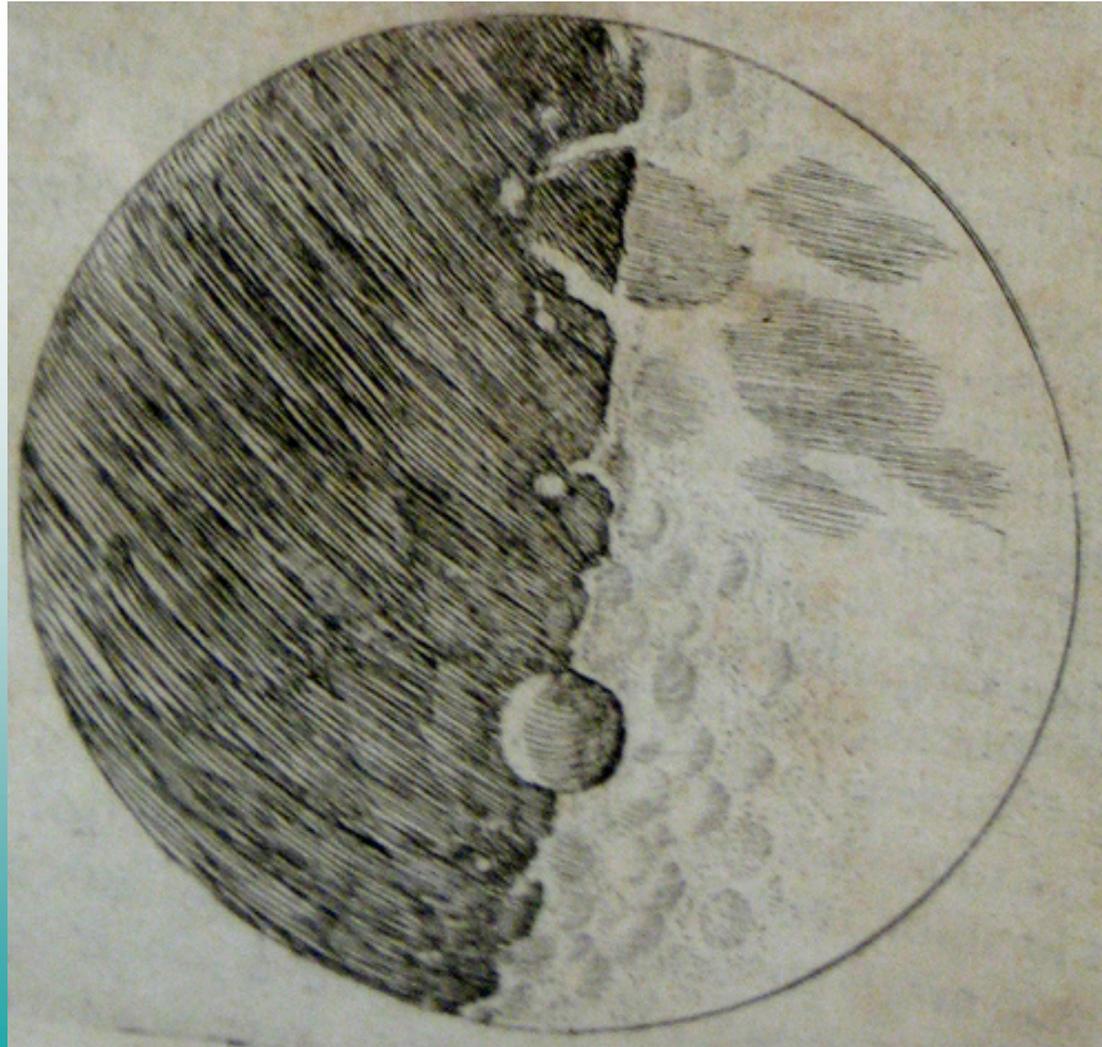
Galileu Galilei

O começo da Ciência Moderna

- Astrônomo e matemático italiano
- Primeiro a propor e realizar experimentos para investigar a Natureza (ciência!)
- Contribuições seminais na área da mecânica, dinâmica e astronomia
- Por volta de 1590, Galileu adotou a cosmologia copernicana (não muito popular para a Igreja...)
- Em 1609, fez suas primeiras observações com o telescópio que deram provas irrefutáveis do heliocentrismo
(Ex.: fases de Vênus, ver lista de exercícios 1)



Lua



Manchas Solares



Satélites de Júpiter

OBSERVAT. SIDERAE

Stella occidentaliori maior, ambae tamen valde conspicuae, ac splendidae: utraque distabat a Ioue serupulis primis duobus; tertia quoque Stellula apparere cepit hora tertia prius minime conspecta, quae ex parte orientali Iouem feretagebat, eratque admodum exigua. Omnes fuerunt in eadem recta, & secundum Eclipticae longitudinem coordinatae.

Die 1. primum a me quatuor conspectae fuerunt Stellulae in hac ad Iouem constitutione. Erant tres occidentales, & una orientalis; lineam proximam.

1 Ori. *  * * * Occ.

rectam constituebant; media enim occidentaliolum paululum a recta Septentrionem versus deflectebat. Aberat orientalis a Ioue minuta duor reliquarum & Iouis intercapedines erant singulae vnus tantum minuti. Stellae omnes eandem praese ferbant magnitudinem, ac licet exigua, lucidissima tamen erant, ac fixis eiusdem magnitudinis longe splendidiore.

Die 14. nubilosa fuit tempestas.

Die 15. hora noctis tertia in proxima depista fuerunt habitudine quatuor Stellae ad Iouem;

Ori.  * * *  Occ.

occidentales omnes ac in eadem proxima recta linea dispositae; quae enim tertia a Ioue numerabatur, paululum in boream attollebatur; propinquior Ioui erat omnium minima, reliquae consequenter maiores apparebant; interua illa inter Iouem,

RECENS HABITAE

37

Iouem, & tria consequentia Sydera, erant aequalia omnia, ac duorum minorum: at occidentalius aberat a sibi propinquo minutis quatuor. Erant lucida valde, & nihil scintillantia, qualia semper tum ante, tum post apparuerunt. Veru hora septima tres solummodo aderant Stellae, in huius

Ori.  * * * Occ.

modi cum Ioue aspectu. Erant nempe in eadem recta ad vnguem, vicinior Ioui erat admodum exigua, & ab illo semota per minuta prima tria; ab hac secunda distabat min. vno; tertia vero a secunda min. pr. 4. sec. 30. Post vero aliam horam duae Stellulae mediae adhuc viciniores erant; aberant enim min. sc. vix 30. tantum.

Die 16. hora prima noctis tres vidimus Stellae iuxta hunc ordinem dispositae. Duae Iouem

Ori. *  * * Occ.

intercipiebant ab eo per min. 0. sec. 40. hinc inde remotae, tertia vero occidentalis a Ioue distabat min. 8. Ioui proximae non maiores, sed lucidiores apparebant remotiori.

Die 17. hora ab occasu 0. min. 30. huiusmodi fuit configuratio. Stella vna tantum orientalis a

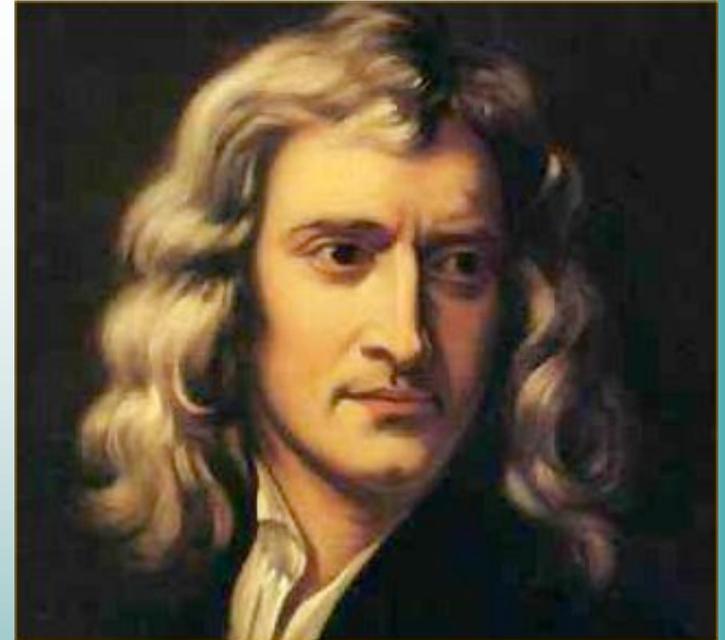
Ori. *  * Occ.

Ioue distabat min. 3. occidentalis pariter vna a Ioue distans min. 11. Orientalis duplo maior apparebat occidentali; nec plures aderant quam illae duae. Verum post horas 4. hora nempe proxime quinta, tertia ex parte orientali emergere cepit, quae antea, ut opinor, cum priori iun-

Isaac Newton

(1643 - 1727)

- Nasceu em Lincolnshire, Inglaterra, no ano da morte de Galileu.
- 1687: publica o *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* (ou simplesmente Principia)
- Newton provavelmente contribuiu mais para a história da ciência do que qualquer outro indivíduo...



As três leis de Newton

Primeira lei (princípio da inércia)

Um corpo que esteja em movimento ou em repouso, tende a manter seu estado inicial (conservação do momento)

(curiosamente, não é fácil ver esta lei em ação no dia a dia!)

Segunda lei (princípio fundamental da mecânica)

A resultante das forças de agem num corpo é igual ao produto de sua massa pela aceleração adquirida.

(aceleração significa mudança de momento, assim *força* é definida de acordo com sua *capacidade de alterar o momento*)

Terceira lei (lei de ação e reação)

Para toda força aplicada, existe outra de mesmo módulo, mesma direção e sentido oposto.

(Porquê? Simples! Se o momento de um sistema isolado, composto por 2 corpos, é conservado (lei 1), qualquer alteração (lei 2) deve ser contrabalançada por outra alteração. Ergo: forças não ocorrem sozinhas!)

Momento Angular

Um conceito um pouco mais complicado é o de **momento angular**.

O momento angular (L) de um objeto que gira em torno de um ponto é definido como o produto de três quantidades: **massa** (m), **velocidade** (v) e **distância** (d) **do objeto** ao ponto:

$$L = d m v$$

Como o momento linear (inércia), o momento angular de um sistema também é conservado caso não haja forças externas atuando sobre o sistema.

Para pensar: Kepler observou que quanto mais próximo um planeta está do Sol, mais rápido ele se move (ver slide 21). Como explicar isso fisicamente?

Um cientista trabalhando...



Gravitação Universal

Na época de Newton, o conceito de gravidade estava associada com a Terra somente (afinal todos a experimentamos no dia a dia). Newton propôs a existência de uma **força universal** entre todos os corpos materiais (Lua, Sol, estrelas, nós, etc.) e que essa força era responsável pelo movimento dos planetas

Tal força explica o **movimento dos planetas** (leis de Kepler), bem como prevê o **comportamento dos corpos em queda livre**, observado por Galileu

Newton foi capaz de demonstrar que a única força capaz de reproduzir as leis empíricas é dada pela famosa expressão:

$$F = \frac{GM_1M_2}{d^2}$$

M_1 : massa do corpo 1. M_2 : massa do corpo 2. G : constante universal da gravitação.

Newton e a 3ª Lei de Kepler

Pode-se mostrar matematicamente, a partir da força gravitacional e da primeira lei de Newton, que a relação entre a distância de um planeta ao Sol e seu período de rotação é

$$d^3 = (M_{\text{Sol}} + M_{\text{Planeta}}) P^2$$

onde d está em UA, P em anos e as massas em unidades de massa Solar

Conclusão: a 3ª lei de Kepler está, na verdade, errada!

Entretanto, vejamos o caso da Terra. Temos: $M_{\text{Terra}} = 0,000003 M_{\text{Sol}}$, de forma que $M_{\text{Sol}} + M_{\text{Terra}} \sim 1$

Ou seja, a 3ª lei está errada, mas é uma ótima aproximação.

Orbitas Elípticas

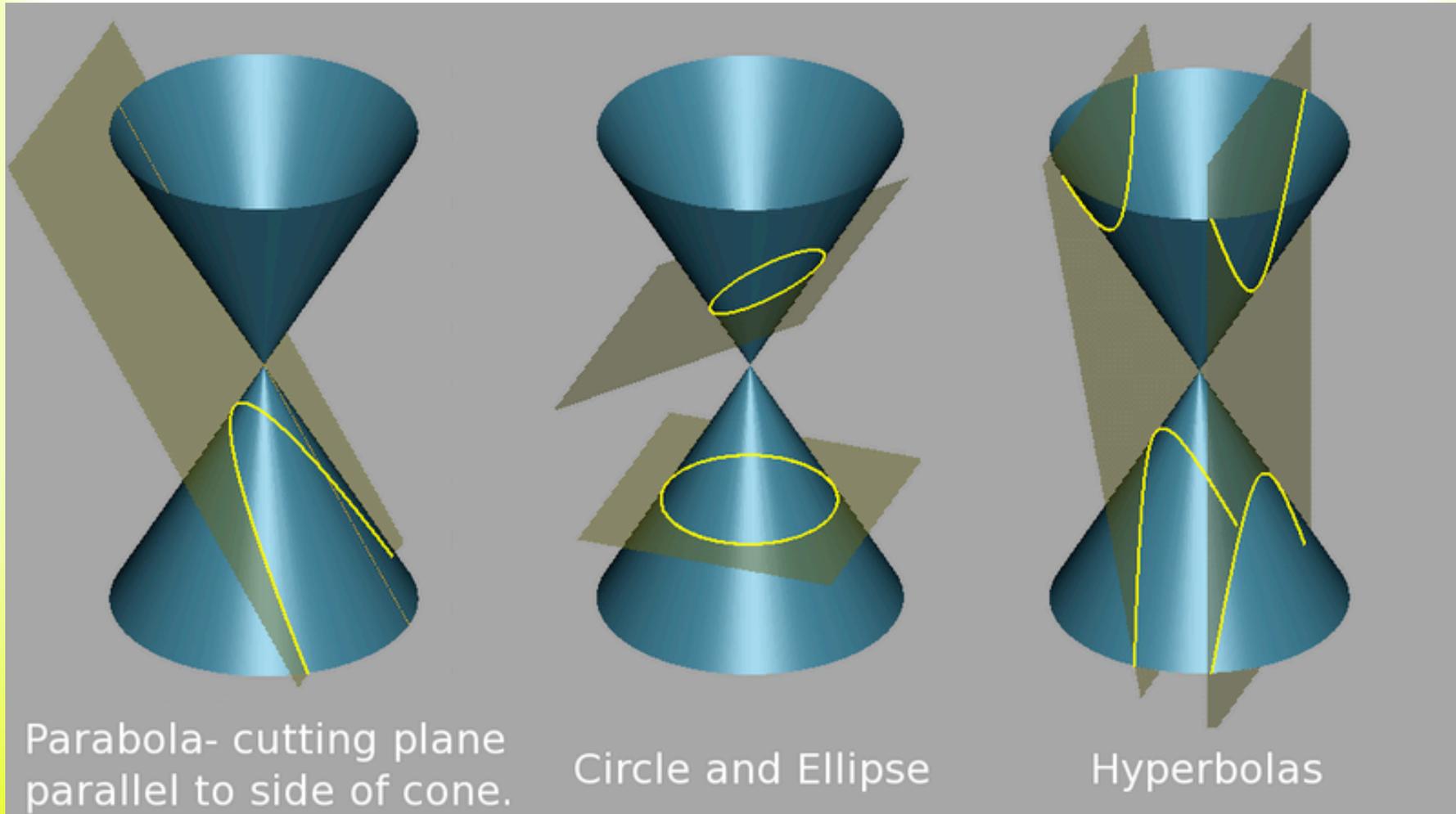
Newton também foi capaz de demonstrar a 2ª Lei de Kepler, que diz que a órbita dos planetas em torno do Sol é uma elipse, com o Sol em um dos focos.

Na verdade, Newton mostrou que a órbita de um corpo em torno do outro não necessariamente é uma elipse. Dependendo da **energia cinética** do sistema, a orbita pode ser uma elipse, uma parábola ou uma hipérbole!

Órbita elíptica: um corpo está preso ao outro pela atração gravitacional

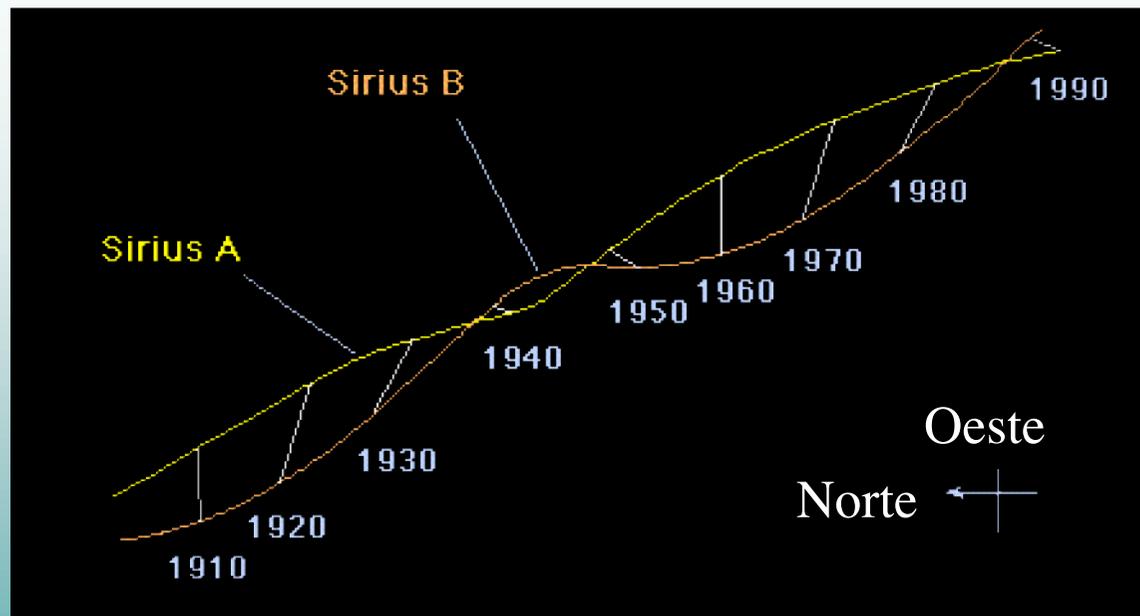
Órbita hiperbólica: os corpos não estão presos! Com o passar do tempo eles se afastam indefinidamente (exemplo: alguns cometas têm órbitas hiperbólicas, o que significa que eles não estão presos ao sistema solar!)

Seções Cônicas



Massa e Movimento Orbital

Sabemos que que massa da estrela Sirius é de $2.02 M_{\text{Sol}}$. Como ela foi determinada?



Resposta: Sírius é na verdade de um sistema binário. Observando-se como uma estrela gira em torno da outra, pode-se determinar a soma de suas massas pela 3ª lei de Kepler (corrigida por Newton).

A Descoberta de Netuno

Uma teoria física não somente procura explicar observações existentes, mas também procura fazer previsões testáveis. Uma das grandes vitórias da física newtoniana foi a **descoberta de Netuno**

Urano foi descoberto em 1781 por **William Herschel**. Após a sua descoberta, sua órbita elíptica foi precisamente determinada e percebeu-se que ela não batia exatamente com o previsto. Conclusão? Havia algum corpo perturbando a órbita de Urano

Em 1843, **John Couch Adams** estudou esse problema e propôs a existência de um planeta desconhecido. Seus cálculos permitiram **prever a posição deste planeta**. Em 23 de setembro de 1846, o planeta **Netuno** foi descoberto a apenas um grau de posição predita!

A Grande Síntese Newtoniana

Newton, através, de leis físicas muito simples, conseguiu unificar a física da Terra e do Céu.

Todas as **leis empíricas** conhecidas (ex. lei de Kepler) foram sintetizadas em poucas **leis físicas** bastante simples.